MQ44 - Printemps 2015
Sujet de l'Examen FINAL
24/06/2015

Durée : 2 h - Documents autorisés
2 exercices indépendants
Barème : 1 point par question

Conseils et consignes

- Lire l'énoncé.
- Respecter les notations de l'énoncé.
- Identifier les questions.
- Encadrer les résultats.
- Numéroter les feuilles (1 feuille = 4 pages) en indiquant le nombre total de feuilles (Exemple : 1/3, 2/3, 3/3).

1. Contraintes dans une pièce tournante

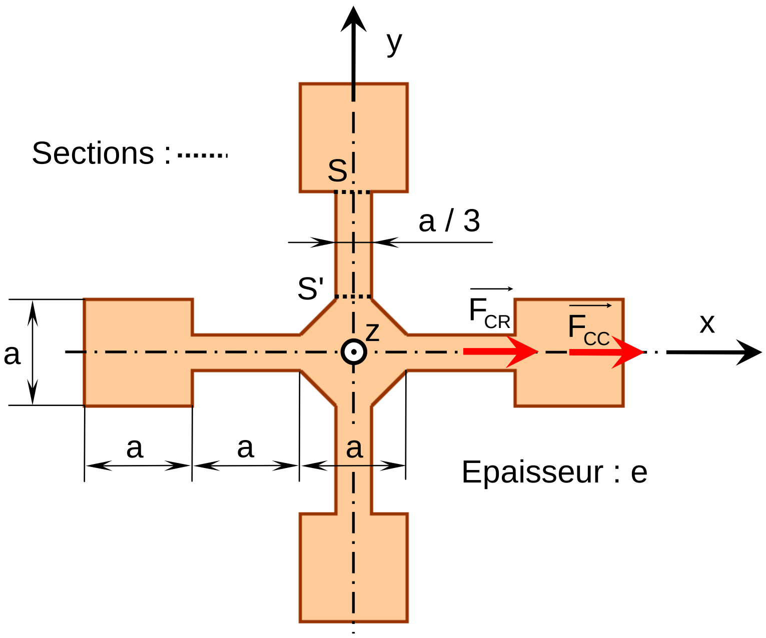

Fig. 1 : La pièce tournante.

La Fig. 1 ci-contre représente un élément de machine tournante, en rotation autour de l'axe z à une vitesse constante ω.
Il s'agit d'une plaque d'épaisseur e constante, constituée de 4 carrés identiques disposés à l'extrémité de bras rectangulaires reliés à une partie centrale.
ρ désigne la masse volumique du matériau constituant la plaque.
La seule sollicitation à prendre en compte est la rotation.

1.1. Donner l'expression de la force centrifuge F_{CC} de l'un des éléments carrés.

1.2. Donner l'expression de la force centrifuge F_{CR} de la partie rectangulaire d'un bras, entre les sections S et S' repérées Fig. 1.

1.3. Quelle est la contrainte normale moyenne σ dans la section S ?

1.4. Quelle est la contrainte normale moyenne σ' dans la section S' ?

1.5. Application numérique : calculer σ et σ' pour $a = 200\ mm$, $e = 10\ mm$, $\omega = 3600\ tr/min$ et $\rho = 7850\ kg/m^3$.

1.6. La limite d'élasticité du matériau $R_e = 320\ MPa$ sera-t-elle dépassée dans la pièce ?

2. Dimensionnement d'un bras de potence

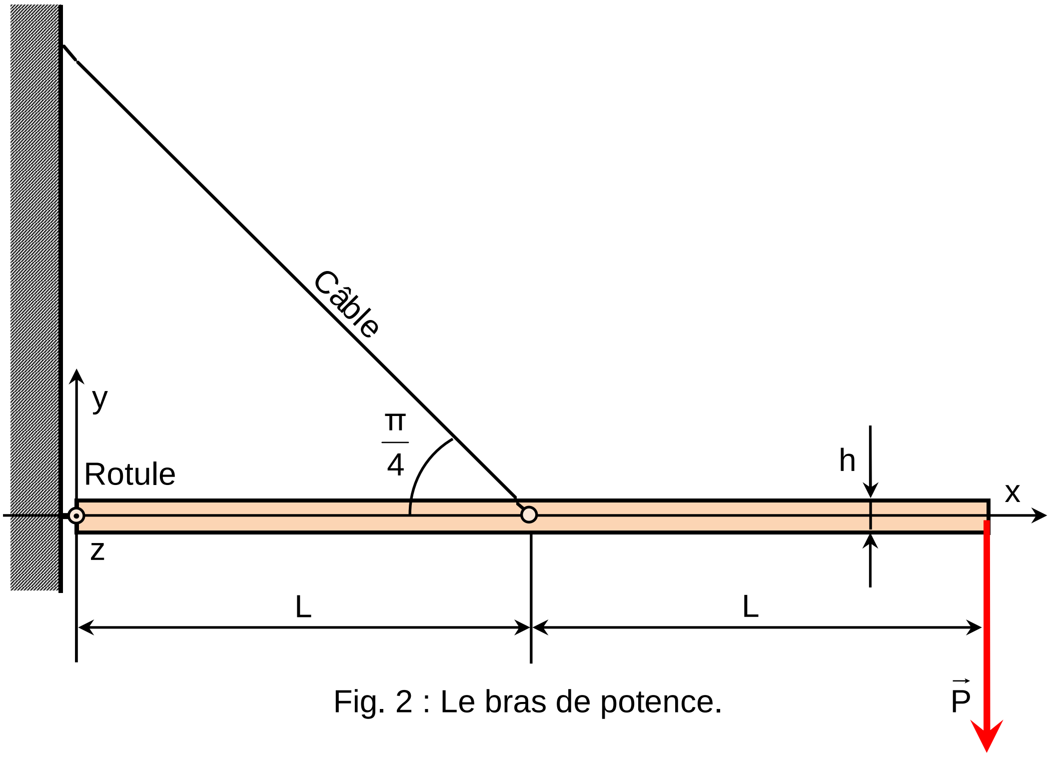

Fig. 2 : Le bras de potence.

La Fig. 2 ci-dessus décrit un bras de potence fixé par une rotule, supporté par un câble et soumis à un effort $\vec{P}$, vertical vers le bas, supposé connu.
Cette pièce peut être considérée comme une poutre droite.
Sa section est rectangulaire, de hauteur h (dans la direction y) et de largeur b (dans la direction z).
Son poids propre est supposé faible par rapport aux efforts auxquels elle est soumise.

2.1. Identifier tous les efforts qui agissent sur la poutre et écrire les équations qui traduisent son équilibre.

2.2. Déterminer la tension T du câble, en fonction de P, module de l'effort $\vec{P}$.

2.3. Quelle est l'expression du moment fléchissant $M_z(x)$ pour $L < x < 2L$?

2.4. Quelle est l'expression du moment fléchissant $M_z(x)$ pour $0 < x < L$?

2.5. Quelle est l'expression de l'effort normal N(x) le long de toute la poutre ?

2.6. A partir de la définition du moment quadratique, établir la formule donnant le moment quadratique I_z d'une section de cette poutre.

2.7. Pour chacune des 2 parties de la poutre ($0 < x < L$ et $L < x < 2L$), donner l'expression de la contrainte normale $\sigma_{flex}(x,y)$ due au moment fléchissant, en fonction de P, des dimensions de la poutre et des coordonnées x et y uniquement.

2.8. Pour chacune des 2 parties de la poutre ($0 < x < L$ et $L < x < 2L$), donner l'expression de la contrainte normale σ_{comp} due à l'effort normal.

2.9. A partir des réponses aux 2 questions précédentes, donner l'expression de la contrainte normale totale σ, en un point de coordonnées x et y, dans chacune des 2 parties de la poutre.

2.10. Illustrer ces résultats par un tracé schématique des évolutions des contraintes normales maximales et minimales, $\sigma_{max}(x)$ et $\sigma_{min}(x)$, dans les sections de la poutre, en fonction de l'abscisse x.

2.11. Constater qu'il existe une zone, au voisinage de la rotule, où la poutre est entièrement en compression ($\sigma < 0$).
Déterminer l'abscisse x_0 à partir de laquelle des contraintes normales de traction apparaissent.

2.12. Calculer numériquement la valeur maximale de la contrainte normale, obtenue dans toute la poutre, pour $P = 10^4$ N, L = 3 m, b = 50 mm et h = 300 mm.

2.13. Pour minimiser la masse de la poutre, sa hauteur h, pour $L < x < 2L$, n'est plus constante, mais variable en fonction de x (Fig. 3).
Déterminer cette hauteur h(x) de façon à ce que la contrainte σ_{max}, dans les différentes sections, ne dépende plus de x, mais possède une valeur constante donnée σ_{max0}.

2.14. Constater que la fonction h(x), déterminée à la question précédente, possède un maximum en x = L
Calculer numériquement cette valeur h(L) pour $P = 10^4$ N, L = 3 m, b = 50 mm et σ_{max0} = 40 MPa.

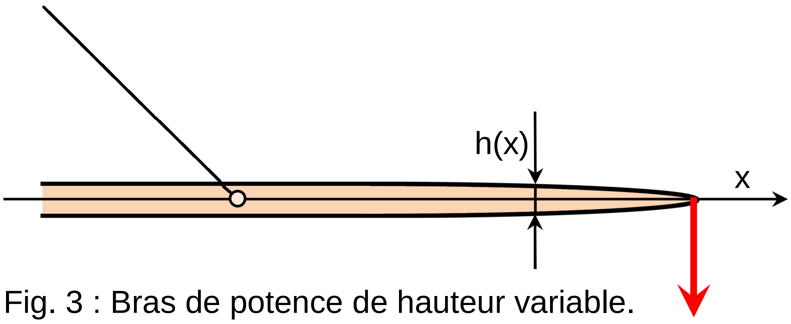

Fig. 3 : Bras de potence de hauteur variable.