

FINAL AUTOMNE 2016

2 H

**Etude du comportement fréquentiel du
propulseur Vulcain d'Ariane 5**

Seul le document relatif au cours, reprographié, est autorisé.

Les documents réponses 1, 2, 3 et 4 sont à rendre en fin d'épreuve

La fusée Ariane 5

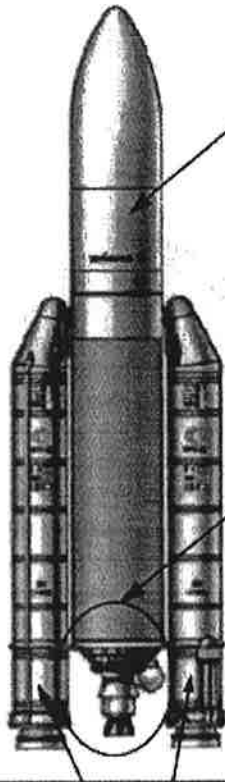
Avec une technologie à corps central à deux étages et deux propulseurs latéraux, Ariane 5 a marqué une évolution notable dans la famille des lanceurs européens. Ce choix permet d'obtenir une grande source de puissance au décollage et une meilleure gestion de la position et de la répartition des masses. En revanche, il induit des problèmes de couplage importants qui nécessitent une orientation de l'axe des tuyères situées en extrémité du corps central et des deux propulseurs latéraux.

La fusée Ariane 5 est globalement composée d'un corps central **CC** à deux étages et deux propulseurs latéraux **PG** et **PD** (voir photographie 1) :

- Le 1^{er} étage, commun à tous les types de lancement, est appelé **EPC** comme **Étage Principal Cryogénique**, car il transporte de l'oxygène et de l'hydrogène liquides refroidis à des très basses températures. Ces fluides permettent d'alimenter le moteur cryogénique Vulcain situé en extrémité basse de cet étage. La tuyère de ce moteur est orientable selon deux directions orthogonales et elle est refroidie en permanence par la circulation de l'oxygène et de l'hydrogène liquide.
- La configuration du 2^{ème} étage, appelé **EPS** comme **Étage Propulsif Stockable**, peut varier selon la mission. Il contient le satellite ou les éléments à propulser.
- De chaque côté du corps central **CC** à deux étages sont fixés les propulseurs **PG** et **PD** ou **EAP** comme **Étages Accélérateurs à Poudre**. Les tuyères **TG** et **TD** placées respectivement aux extrémités de ces deux **EAP** sont aussi orientables selon deux directions orthogonales. Allumés peu après le décollage, les deux **EAP** fonctionnent à pleine puissance pendant une durée de 130 secondes puis, lorsque leurs réservoirs sont vides, ils se détachent du

corps central **CC** et retombent dans la mer où leurs carcasses sont ensuite récupérées.

Photographie 1 : fusée Ariane 5



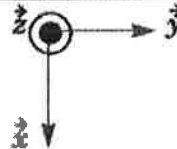
Corps central CC à deux étages

Le 1^{er} étage, ou EPC (Étage Principal Cryogénique), est situé dans la partie basse de ce corps central ; la tuyère de cet étage est allumée avant le décollage et le reste jusqu'à séparation des deux étages.

Le 2^{ème} étage, ou EPS (Ensemble Propulsif Stockable), est situé dans la partie haute de ce corps central ; la tuyère de cet étage est allumée au moment de la séparation des deux étages.

Moteur Vulcain et sa tuyère centrale TC

La tuyère centrale TC du moteur Vulcain du 1^{er} étage du corps central CC est situé en extrémité basse de ce corps. Elle est orientable autour des directions \vec{y} et \vec{z} de $\pm 7^\circ$.



Propulseurs latéraux PG et PD

Les deux EAP (Étage Accélérateurs à Poudre) latéraux sont utilisés au décollage pour apporter de la puissance et sont ensuite largués. En extrémité du propulseur gauche ($y < 0$) noté PG, se trouve la tuyère gauche TG, orientable autour des directions \vec{y} et \vec{z} de $\pm 6^\circ$. En extrémité du propulseur droit ($y > 0$), noté PD, se trouve la tuyère droite TD, orientable autour des directions \vec{y} et \vec{z} de $\pm 6^\circ$.

Lors d'un décollage et d'un vol de la fusée Ariane 5, de très nombreuses contraintes définies par un cahier des charges doivent être respectées. Toutes, bien évidemment, ne seront pas étudiées dans ce sujet, mais nous nous intéresserons au dispositif d'orientation de la fusée nécessaire à la poursuite de trajectoires imposées, et à la limitation de certaines fréquences de résonance pour limiter les couplages vibratoires.

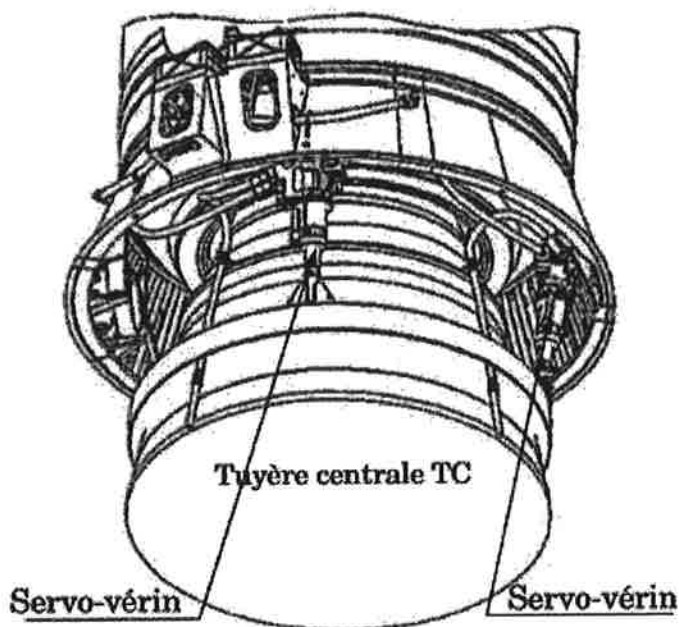
Pour cela, nous allons vérifier les fréquences de résonance de la tuyère centrale TC du moteur Vulcain qui doivent rester inférieures à 20 Hz lors de la phase de décollage sur une hauteur de 2000 m.

Pour diriger la fusée on doit orienter la force propulsive. La solution retenue consiste à orienter les tuyères plutôt qu'à dévier les jets des moteurs.

Pour orienter une tuyère, deux vérins hydrauliques ont été choisis pour délivrer la puissance élevée nécessaire. Ce système hydraulique convertit la pression interne en énergie mécanique d'orientation des tuyères.

Comme il faut contrôler constamment le braquage des deux vérins asservis en position, deux servo-vérins hydrauliques ont donc été adoptés (voir figure 1.1. qui représente les deux servo-vérins qui s'appliquent sur la tuyère centrale TC).

Figure 1.1 : tuyère centrale TC et les deux servo-vérins



Pour orienter les tuyères autour des directions \vec{y} (axe de tangage) et \vec{z} (axe de lacet) on utilise l'élongation de servo-vérins placés dans des plans bissecteurs aux plans (\vec{x}, \vec{z}) et (\vec{x}, \vec{y}) . La figure 1.2. définit les axes de tangage et de lacet, la figure 1.3. définit les plans bissecteurs aux plans (\vec{x}, \vec{z}) et (\vec{x}, \vec{y}) , la figure 1.4. montre l'implantation des servo-vérins pour la tuyère centrale TC.

Figure 1.3 : position relative des servo-vérins par rapport à la tuyère centrale TC

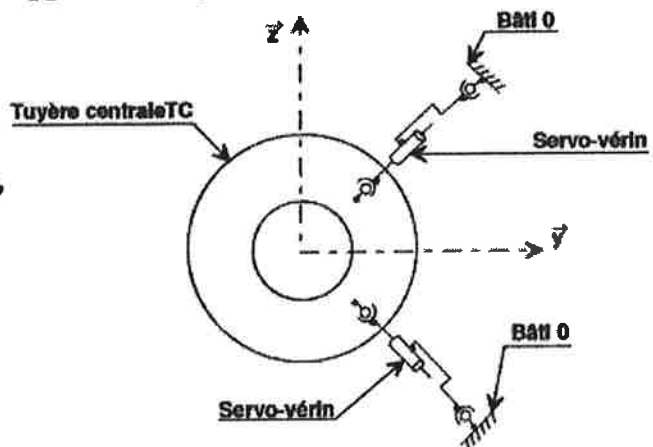


Figure 1.2 : axes de tangage, de lacet et de roulis

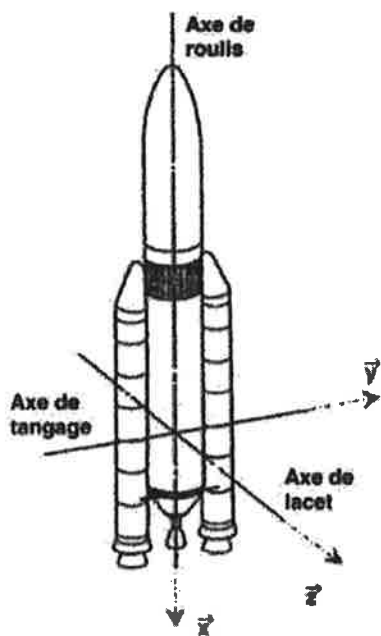
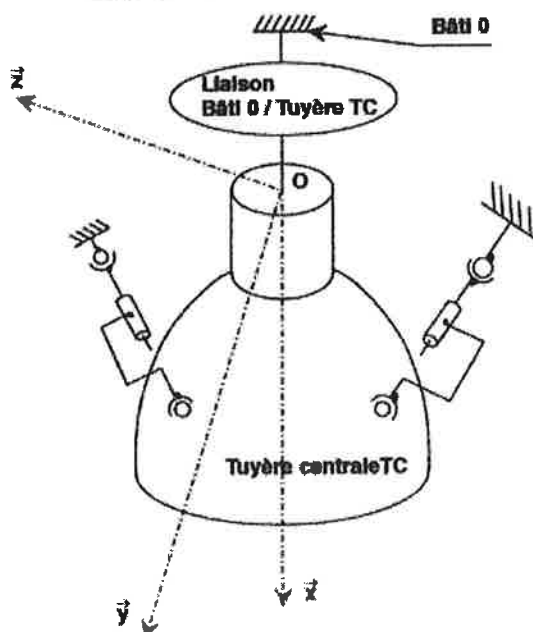
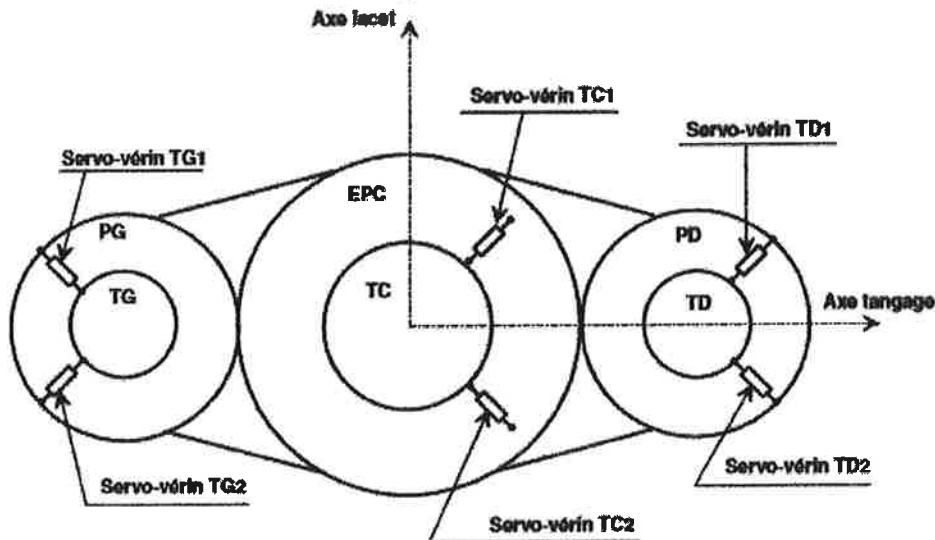


Figure 1.4 : schématisation de l'implantation des servo-vérins



La figure 1.5. ci-dessous est une représentation synoptique de la position des tuyères et des servo-vérins. Le pilotage de la fusée est réalisé en orientant les tuyères TC, TD et TG.

Figure 1.5 : représentation synoptique des servo-vérins et des tuyères



Pour obtenir un braquage de la fusée suivant l'axe de lacet, l'axe de tangage ou l'axe de roulis, il est nécessaire de piloter les servo-vérins TC1, TC2, TD1, TD2, TG1 et TG2.

Étude des pulsations propres non amorties de la tuyère centrale TC, des coefficients d'amortissement et vérification des conditions de résonance de la structure

L'objectif de cette étude est de vérifier que les fréquences de résonance de la tuyère centrale TC du moteur Vulcain restent inférieures à 20 Hz lors de la phase de décollage sur une hauteur de 2 000 mètres. Cette limitation est choisie pour éviter les couplages vibratoires avec la structure de la fusée et la commande du système d'orientation par les deux servo-vérins hydrauliques.

Pour cette étude, le modèle de comportement utilisé pour la tuyère centrale TC est représenté sur la figure 3.1.. Sur cette figure, la forme réelle de la tuyère est représentée en trait mixte fin à deux tirets.

Il s'agit d'un ensemble construit autour d'une articulation en O montée sur un ressort axial et un ressort latéral de raideur respective K_A et K_L et sur deux amortisseurs de coefficient respectif λ_A et λ_L . La rigidité et l'amortissement de la timonerie liée au bâti $\mathbf{0}$ sont modélisés respectivement par un ressort de raideur K_B et un amortisseur de coefficient λ_B . Ces trois ressorts et ces trois amortisseurs sont liés au bâti $\mathbf{0}$.

Sur cette figure, la tuyère centrale TC est représentée dans une position d'orientation quelconque par rapport à la fusée.

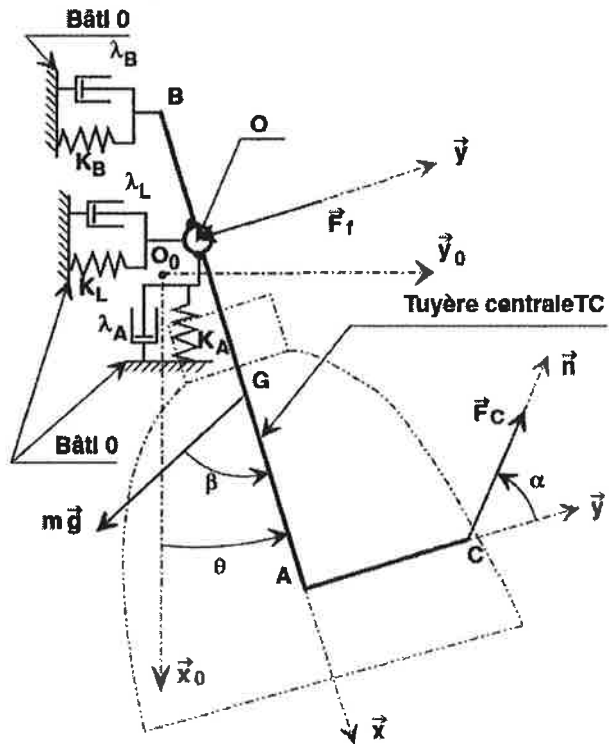
Paramétrage

- Le repère $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, z_0 = \vec{z})$ lié au bâti est supposé galiléen pendant l'étude.
- Le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, z_0 = \vec{z})$ est lié à la tuyère centrale TC.
- $\vec{O}_0\vec{O} = x(t)\vec{x}_0 + y(t)\vec{y}_0$.
- $(\vec{x}_0, \vec{x}) = (\vec{y}_0, \vec{y}) = \theta$.
- $(\vec{g}, \vec{x}) = \beta$ avec β variable de valeur maximale $\beta_{\text{Maxi}} = 10^\circ$.
- $(\vec{y}, \vec{n}) = \alpha$ avec α variable de valeur moyenne $\alpha = 80^\circ$.
- $AC = L_1 = 1,35 \text{ m}$ $OA = L_2 = 1,62 \text{ m}$.
- $OB = L_3 = 1,10 \text{ m}$ $OG = L_4 = 0,75 \text{ m}$.

Caractéristiques des ressorts et des amortisseurs

- $K_A = 58 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ $\lambda_A = 5 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$.
- $K_B = 24 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ $\lambda_B = 18 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$.
- $K_L = 55 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ $\lambda_L = 3 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$.

Figure 3.1 : modèle de comportement utilisé pour la tuyère centrale TC



Caractéristiques cinétiques de la tuyère centrale TC

La tuyère centrale TC est de masse $m = 6400$ kg et la matrice associée à l'opérateur d'inertie de la tuyère exprimée dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}_0)$ est

$$\vec{I}(O, TC) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}. \text{ On donne : } C = 11 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Actions mécaniques s'appliquant sur la tuyère centrale TC

La tuyère centrale TC est soumise (voir figure 3.1.) :

- aux actions dues à la pression appliquée sur le flanc de la tuyère ; l'action globale est un glisseur de support passant par le point O et de résultante $\vec{F}_f = -F_f \vec{y}$ avec $F_f = 25 \cdot 10^5$ N.
- à l'action du vérin ; elle est assimilée à un glisseur de support passant par le point C et de résultante $\vec{F}_C = F_C \vec{n}$ avec $F_C = 1 \cdot 10^5$ N.
- à l'action de la pesanteur qui est inclinée par rapport à la direction \vec{x} d'un angle β (en phase de décollage vertical $\beta = 0^\circ$). L'accélération de la pesanteur g est considérée comme constante et vaut $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Pour l'étude proposée, on prendra $\beta = \beta_{\text{Maxi}} = 10^\circ$, $\alpha = 80^\circ$ ce qui correspond à la valeur à la fin de la montée avant séparation des deux étages du corps central.

Nous avons aussi du fait que la liaison pivot entre la tuyère et le bâti ainsi que la timonerie de commande sont considérées comme déformables :

$$\left. \begin{array}{l} \text{bâti-} \\ \text{Complet} \end{array} \right\} \begin{cases} \{T(\text{bâti } 0 \rightarrow TC)\}_0 = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{bâti} \rightarrow TC) = -K_L y \vec{y}_0 - \lambda_L \dot{y} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Déplacement du à la} \\ \text{déformation suivant } \vec{Y}_0 \end{array} \right\} \\ \\ \{T(\text{bâti } 0 \rightarrow TC)\}_0 = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{bâti} \rightarrow TC) = -K_A x \vec{x}_0 - \lambda_A \dot{x} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Déplacement du à la} \\ \text{déformation suivant } \vec{X}_0 \end{array} \right\} \\ \\ \{T(\text{timonerie} \rightarrow TC)\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{timonerie} \rightarrow TC) = -K_B (y - L_3 \sin \theta) \vec{y}_0 - \lambda_B (\dot{y} - L_3 \dot{\theta} \cos \theta) \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B \quad \left. \begin{array}{l} \text{Déplacement du à la} \\ \text{déformation suivant } \vec{Y}_0 \end{array} \right\} \end{cases}$$

Afin d'atteindre l'objectif de cette étude, c'est-à-dire vérifier que les fréquences de résonance de la tuyère TC restent inférieures à 20 Hz, vous devez obtenir les trois équations du mouvement de celle-ci. Pour cela vous allez utiliser le formalisme lagrangien, particulièrement bien adapté à la situation.

Travail à effectuer :

1°) Travaux préliminaires :

Pour vous échauffer les neurones, rien de tel que de déterminer des éléments basiques mais nécessaires à l'étude à venir. Pour cela je vous demande de **compléter** les torseurs du document réponses 1.

2°) **Vérifier** que le double de l'énergie cinétique, notée $2T_{TC/R_0}$ vaut :

$$2T_{TC/R_0} = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + 2mL_4\dot{\theta}(\dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta) + C\dot{\theta}^2$$

Noter tous vos calculs intermédiaires sur DR1

Nota : la relation générale est très efficace dans ce cas.

3°) **Déterminer** les différents coefficients énergétiques et **compléter** le tableau du DR2. Comme vous pouvez le remarquer, certains vous sont gracieusement offerts (en gras dans le tableau).

4°) **Déterminer** alors la troisième équation de Lagrange $L_{\theta,TC/R_0}$; $L_{x,TC/R_0}$ et $L_{y,TC/R_0}$ vous seront gracieusement offertes linéarisées plus loin dans le sujet .

L' inscrire sur DR2.

5°) **Rappeler** le nom des équations obtenues par nos calculs Lagrangiens ; **Justifier** cette appellation. **Répondre** sur DR2

6°) Vous venez d'obtenir une belle équation de Lagrange non linéaire parmi les trois. Sachant que les paramètres x , y et θ restent très voisins de zéro, en posant :

$$x = x_0 + \varepsilon_x ; y = y_0 + \varepsilon_y ; \theta = \theta_0 + \varepsilon_\theta \text{ avec } x_0 = y_0 = \theta_0 = 0 \text{ et sachant que :}$$

$$\cos \varepsilon_\theta \approx 1 ; \sin \varepsilon_\theta \approx \varepsilon_\theta ;$$

$$\sin(\varepsilon_\theta - \beta) \approx \varepsilon_\theta \cos\beta - \sin\beta ; \cos(\varepsilon_\theta - \beta) \approx \cos\beta + \varepsilon_\theta \sin\beta ;$$

$$\sin(\varepsilon_\theta + \alpha) \approx \varepsilon_\theta \cos\alpha + \sin\alpha ; \cos(\varepsilon_\theta + \alpha) \approx \cos\alpha - \varepsilon_\theta \sin\alpha$$

Linéariser cette troisième équation notée $L_{\theta\text{liné},TC/R_0}$; **L' écrire** sur DR2.

Sur DR3, comme promis précédemment on vous donne $L_{x\text{liné},TC/R_0}$ et $L_{y\text{liné},TC/R_0}$.

7°) en posant $X = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_\theta]^t$, **écrire** ces trois équations linéarisées sous forme matricielle, comme suit , en complétant les matrices du document réponses 3:

$$[M][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + [K][X] = [F]$$

avec $[M]$: matrice de masses ; $[C]$: matrice d'amortissements et gyroscopiques ;

$[K]$: matrice de raideurs ; et $[F]$: matrice d'excitations

8°) L'application numérique *non demandée* donne :

$$\begin{bmatrix} 64 \cdot 10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 64 \cdot 10^2 & 48 \cdot 10^2 \\ 0 & 48 \cdot 10^2 & 11 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varepsilon}_x \\ \ddot{\varepsilon}_y \\ \ddot{\varepsilon}_\theta \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 48 \cdot 10^4 & -2 \cdot 10^5 \\ 0 & -2 \cdot 10^5 & 22 \cdot 10^4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_\theta \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 58 \cdot 10^6 & 0 & -249 \cdot 10^4 \\ 0 & 55 \cdot 10^6 & -227 \cdot 10^3 \\ 0 & 26 \cdot 10^4 & 29 \cdot 10^4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -366 \cdot 10^2 \\ -249 \cdot 10^4 \\ 153 \cdot 10^3 \end{pmatrix}.$$

Par analogie avec une équation différentielle simple du deuxième ordre de ce type, les trois pulsations propres seront obtenues en prenant les racines des valeurs propres de la matrice $[Om^2] = [M]^{-1}*[K]$ (de la forme $\omega^2 = K/M$ lorsqu'on a une seule équation).

$[M]^{-1}$ étant déterminée par votre logiciel préféré, il vient :

$$[M]^{-1} = \begin{bmatrix} 1,5625 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 2,32265 \cdot 10^{-4} & -1,0135 \cdot 10^{-4} \\ 0 & -1,0135 \cdot 10^{-4} & 1,3513 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}.$$

Sachant que les racines carrées des valeurs propres de la matrice $[Om^2] = [M]^{-1}*[K]$ correspondent aux pulsations propres non amorties, **calculer** et **inscrire** sur DR4 ces pulsations propres amorties. *Les résultats numériques obtenus directement à la calculatrices sont autorisés.*

9°) détermination des pulsations amorties

Si $[P]$ est la matrice des vecteurs propres de la matrice $[Om^2] = [M]^{-1}*[K]$ exprimée dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$, alors les matrices $[M^*] = [P]^T[M][P]$, $[C^*] = [P]^T[C][P]$ et $[K^*] = [P]^T[K][P]$ s'écrivent respectivement :

- $[M^*] = [P]^T[M][P] = \begin{bmatrix} 6400 & 265,01 & 275,29 \\ 265,01 & 3614,35 & 9,04 \\ 275,29 & 9,04 & 11052,90 \end{bmatrix},$

$$\bullet \quad [C^*] = [P]^T [C] [P] = \begin{bmatrix} 500\,000 & 20\,703,90 & 21\,507,24 \\ 20\,703,90 & 585\,076,31 & -266\,858,82 \\ 21\,507,24 & -266\,858,82 & 217\,962,46 \end{bmatrix}$$

$$\bullet \quad [K^*] = [P]^T [K] [P] = \begin{bmatrix} 0,58 \cdot 10^8 & 340,19 \cdot 10^4 & 7\,195,70 \\ 240\,165,24 \cdot 10^4 & 463,97 \cdot 10^5 & 236,25 \\ 249\,483,97 \cdot 10^4 & 116,02 \cdot 10^3 & 288,90 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

Si les éléments des matrices $[M^*]$, $[C^*]$ et $[K^*]$ sont notés respectivement m^*_{ij} , c^*_{ij} et k^*_{ij} alors on supposera en première approximation que les coefficients d'amortissement s'écrivent :

$$\xi_{ii} = \frac{c_{ii}}{2\sqrt{k^*_{ii}m^*_{ii}}}$$

Nous obtenons donc les valeurs de ces facteurs d'amortissement : $\xi_{11} = 0,41$, $\xi_{22} = 0,692$ et $\xi_{33} = 1,928$ sachant que ξ_{22} correspond à la plus grande des pulsations propres non amorties trouvées à la questions 8 et ξ_{33} à la plus petite.

[Petit rappel pouvant être utile, livré à l'état brut : $\omega_{amortie} = \omega_0\sqrt{1 - \xi^2}$]

et pour les étourdi(e)s : $f = \omega/2\pi$]

Vérifier que les trois fréquences amorties ne posent pas de problème, i.e elles restent bien inférieures à la valeur du cahier des charges : **20 Hz**. **Ecrire** vos résultats et commentaires sur DR4. **Conclure**.

Fin

Bon inter semestre !

MQ 46 –Mécanique énergétique des structures et mécanismes

1°) Torseurs à déterminer et à compléter :

- Torseurs cinématiques :

$$\{V_{TC/R_0}\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}; \{V_{TC/R_0}\}_B = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$\{V_{TC/R_0}\}_C = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}; \{V_{TC/R_0}\}_G = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$$

- Torseurs des efforts transmissibles

$$\{T_{(air \rightarrow TC)}\}_{O, \vec{x}\vec{y}\vec{z}} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$\{T_{(vérin \rightarrow TC)}\}_{C, \vec{x}\vec{y}\vec{z}} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$\{T_{(pesanteur \rightarrow TC)}\}_{G, \vec{x}\vec{y}\vec{z}} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$\{T_{(bâti_complet \rightarrow TC)}\}_{O, \vec{x}_0\vec{y}_0\vec{z}} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$$

2°) Calculs intermédiaires littéraux du double de l'énergie cinétique $2T_{TC/R_0}$:

NOM :

Document réponses 1

3°)Tableau des coefficients énergétiques à compléter

	<i>air → TC</i>	<i>vérin → TC</i>	<i>pesanteur → TC</i>
x	$Q_{x,air \rightarrow TC/RO} =$	$Q_{x,vérin \rightarrow TC/RO} =$	$Q_{x,pes \rightarrow TC/RO} =$
y	$Q_{y,air \rightarrow TC/RO} =$	$Q_{y,vérin \rightarrow TC/RO} =$	$Q_{y,pes \rightarrow TC/RO} =$
θ	$Q_{\theta,air \rightarrow TC/RO} = 0$	$Q_{\theta,vérin \rightarrow TC/RO} =$ $\ \vec{F}_c\ (L_1 \sin \alpha + L_2 \cos \alpha)$	$Q_{\theta,pes \rightarrow TC/RO} =$

	<i>bâti → TC</i>	<i>Timonerie → TC</i>
x	$Q_{x,bâti \rightarrow TC/RO} =$ $-(K_A x + \lambda_A \dot{x})$	$Q_{x,Tim \rightarrow TC/RO} = 0$
y	$Q_{y,bâti \rightarrow TC/RO} =$	$Q_{y,Tim \rightarrow TC/RO} =$ $-\{K_B(y - L_3 \sin \theta) + \lambda_B(\dot{y} - L_3 \dot{\theta} \cos \theta)\}$
θ	$Q_{\theta,bâti \rightarrow TC/RO} = 0$	$Q_{\theta,Tim \rightarrow TC/RO} =$ $L_3 \cos \theta \{K_B(y - L_3 \sin \theta) + \lambda_B(\dot{y} - L_3 \dot{\theta} \cos \theta)\}$

4°) Détermination alors la troisième équation de Lagrange $L_{\theta,TC/RO}$:

$L_{\theta,TC/RO} \rightarrow$ _____

5°) nom des équations de Lagrange obtenues : _____

Justification : _____

6°)Linéarisation de la troisième équation notée : $L_{\theta liné,TC/RO}$

$L_{\theta liné,TC/RO} \rightarrow$ _____

NOM :

MQ 46 – Mécanique énergétique des structures et mécanismes

Les deux autres équations linéarisées sont :

$L_{x\text{liné},TC/R_0}$

$$m\ddot{\epsilon}_x + \lambda_A \dot{\epsilon}_x + K_A \epsilon_x + (-\|\vec{F}_f\| + \|\vec{F}_c\| \cos \alpha - mg \sin \beta) \epsilon_\theta = -\|\vec{F}_c\| \sin \alpha + mg \cos \beta$$

$L_{y\text{liné},TC/R_0}$:

$$\begin{aligned} m\ddot{\epsilon}_y + (\lambda_B + \lambda_L) \dot{\epsilon}_y + (K_B + K_L) \epsilon_y + mL_4 \ddot{\epsilon}_\theta - \lambda_B L_3 \dot{\epsilon}_\theta \\ + (\|\vec{F}_c\| \sin \alpha - mg \cos \beta - K_B L_3) \epsilon_\theta \\ = (-\|\vec{F}_f\| + \|\vec{F}_c\| \cos \alpha - mg \sin \beta) \end{aligned}$$

7°) Ecriture matricielle :

$$[M] = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix};$$

$$[C] = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix};$$

$$[K] = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix};$$

$$[F] = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}.$$

NOM :

MQ 46 –Mécanique énergétique des structures et mécanismes

8°) Calcul des pulsations propres :

$$\omega_{11} = \text{_____ rad/s}$$

$$\omega_{22} = \text{_____ rad/s}$$

$$\omega_{33} = \text{_____ rad/s}$$

9°) Vérifications et commentaires

Fréquences amorties en Hz	Commentaires
$f_{11} = \text{_____ Hz}$	
$f_{22} = \text{_____ Hz}$	
$f_{33} = \text{_____ Hz}$	

Conclusion :

NOM :

Document réponses 4