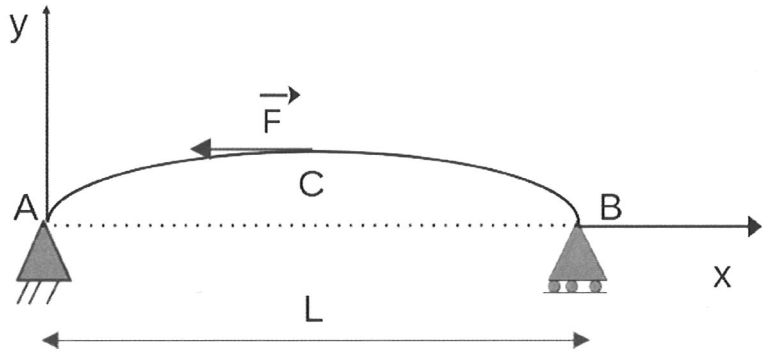
MQ46 - FINAL A2021
Calculatrice autorisée - Aucun document autorisé

Exercice 1 : Flambage d'une poutre : 10 points

Soit une poutre AB, articulée en A et en appui simple en B de longueur L. On applique une force horizontale d'intensité F en son milieu noté C. Les caractéristiques mécanique et géométrique de la poutre sont E et I.



On choisit l'origine du repère au point A et les coordonnées des points sont :

$$A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \qquad B\begin{pmatrix}L\\0\end{pmatrix} \qquad C\begin{pmatrix}L/2\\v_C\end{pmatrix} \quad \text{où} \quad v_C \text{ : inconnue} \tag{1}$$

1. Donner le dégré d'hyperstatimsme de ce problème.
2. Calculer les réactions d'appui.
3. Entourer la bonne réponse dans les phrases suivantes :
   (a) Le tronçon AC travaille en :
   (a) flexion (b) traction (c) compression (d) torsion
   (b) Le tronçon CB travaille en :
   (a) flexion (b) traction (c) compression (d) torsion
4. Montrer que l'expression du moment fléchissant dans le tronçon AC est :

$$M_{f1} = \frac{F\,v_C}{L}x - Fy \tag{2}$$

   Pourquoi M_{f1} est fonction de x et y ?
5. Montrer que l'expression du moment fléchissant dans le tronçon CB est :

$$M_{f2} = -\frac{F\,v_C}{L}(L - x) \tag{3}$$

   Pourquoi M_f n'est fonction que de x ?

6. Donner l'expression de la flèche dans le tronçon AC.
7. Donner l'expression de la flèche dans le tronçon CB.
8. Combien y a t-il de constantes à déterminer ?
9. Ecrire les conditions limites pour déterminer ces inconnues.
10. L'écriture du système linéaire pour trouver ces inconnues entraîne que le déterminant du système doit être nul. L'expression du déterminant est :

$$det\Sigma = \sin\left(\frac{\omega L}{2}\right)\left(\frac{-3}{2} + \frac{\omega^2 L^2}{24}\right) - \frac{\omega L}{4}\cos\left(\frac{\omega L}{2}\right) = 0 \qquad (4)$$

On rappelle que les solutions de ce déterminant permettent de trouver les charges critiques selon le mode d'Euler.

Montrer que la solution de ce déterminant revient à résoudre, en précisant la valeur de X :

$$\tan(X) = \frac{3X}{X^2 - 9} \qquad (5)$$

11. La première solution de (5) est $X \simeq 2.16$. En déduire la valeur de la première charge critique.

EXAMEN FINAL MQ46 AUTOMNE 2021

1_ Etude d'une poutre d'égale contrainte en traction (sans document)

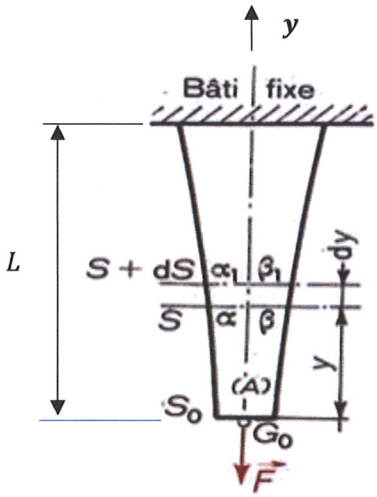


Figure 1: Poutre d'égale contrainte

Considérons une poutre en acier d'axe vertical y, de longueur L, liée à un bâti fixe, et sollicitée vers le bas par une action $\vec{F}$ appliquée uniformément sur la direction droite d'aire S_0. Le poids $\vec{P}$ n'est pas négligé. On prendra $\gamma = \rho g$ comme poids volumique.

Question 1 : 6 points.....

En vous aidant de la figure 1 ci-dessus, **déterminer l'équation gouvernant l'évolution de la section pour que la contrainte soit la même sur toute la hauteur L.**
Vous vous attacherez **à bien détailler les différentes étapes du calcul**.
Vous exprimerez S sous forme d'une fonction exponentielle.

Conseils :

- *Bien comprendre la figure*
- *Isoler un tronçon*
- *Poser l'équation différentielle (se souvenir de la propriété des proportions utilisée en TD)*
- *Déterminer la constante d'intégration*
- *Bien expliquer vos raisonnements pour avoir la totalité des points.*

Question 2 : *2 points*.....

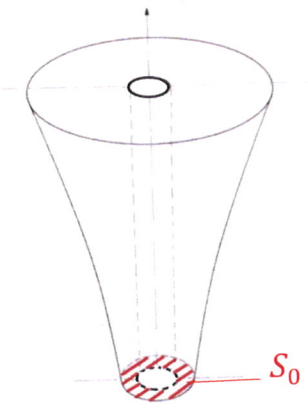


Figure 2 : poutre percée en son centre

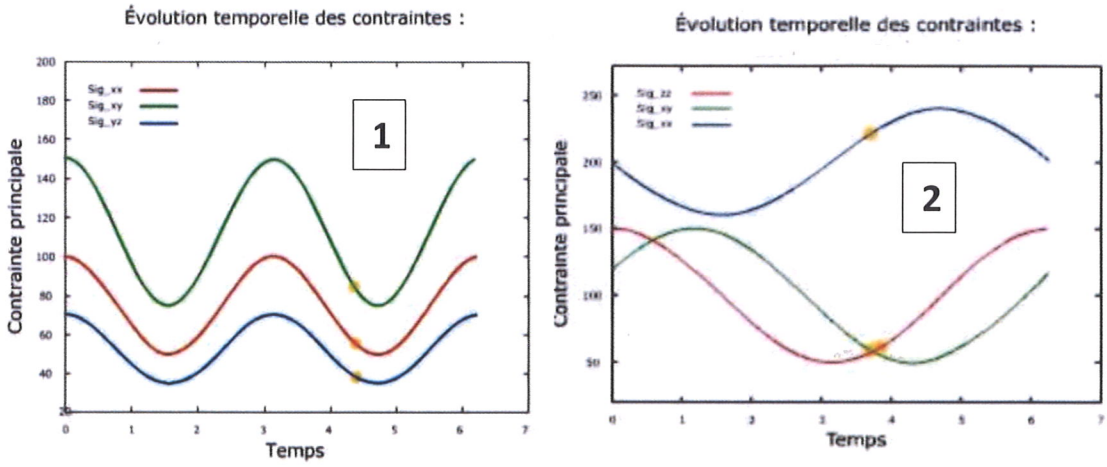
Imaginons maintenant que cette poutre soit percée en son centre sur toute sa hauteur comme illustré sur la figure 2 ci-contre. Considérons que la poutre est dans la même configuration de sollicitation et de fixation et que S_0 est la section hachurée en rouge sur la figure 2 :

Sans refaire les calculs (et sans se torturer l'esprit !),

Quelle serait l'équation gouvernant l'évolution de la section pour conserver une contrainte égale sur toute la hauteur ?

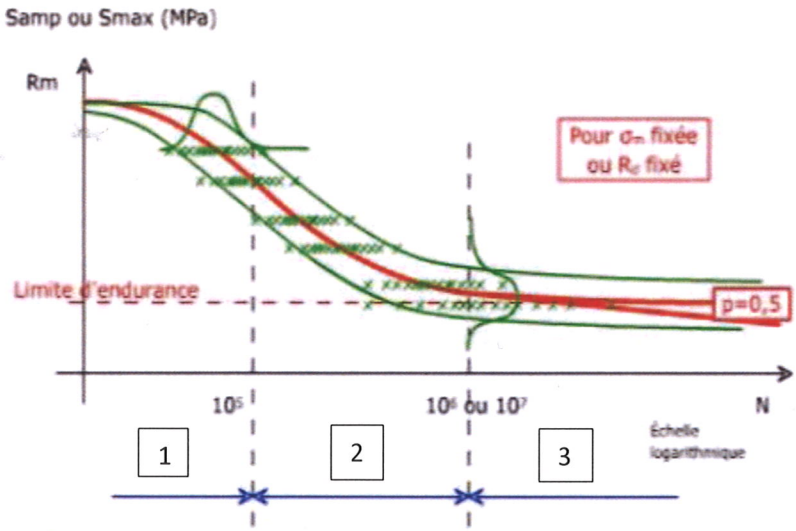
2_Question de cours

Question 1 : 1 point.....



Des deux graphes ci-dessus notés **1** et **2** et représentant l'évolution temporelle des contraintes, **lequel est représentatif d'un chargement proportionnel ?**

Question 2 : 1 point.....

La courbe de Wöhler ci-dessous est constituée de 3 grands domaines notés 1, 2 et 3 sur le graphique.

Quel est le nom de chacun de ces trois domaines ?