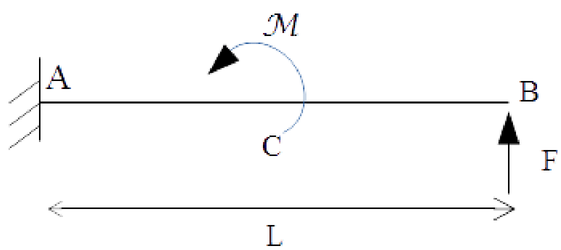
MQ46 Médian A2017

jeudi 26 octobre 2017 - 2 heures

Aucun document autorisé - calculatrice non autorisée

Exercice 1 : poutre rectiligne - 5 points

On étudie une poutre rectiligne AB de longueur L, encastrée en A. Elle est soumise à une force ponctuelle verticale F appliquée en B et à un couple $\mathcal{M}$ autour de $\vec{z}$ appliqué en C, milieu de la poutre. On suppose la structure élastique de module d'Young E et de moment quadratique I. On ne considère que les efforts dus au moment fléchissant.



1. Donner le degré d'hyperstatisme de cette structure.
2. Calculer les réactions d'appui.
3. Calculer le torseur de cohésion.
4. Calculer le déplacement vertical du point B. Préciser le sens.
5. Calculer la rotation du point B. Préciser le sens.

Rappel :

- L'expression de l'énergie de déformation due à la flexion est

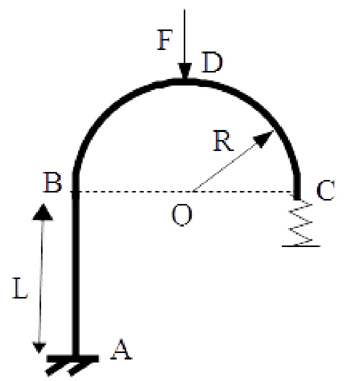
$$W = \frac{1}{2EI} \int_{AB} M_f^2 \, ds$$

- Formule trigonomtrie :

$$\cos^2(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\theta)) \quad ; \quad \sin^2(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\theta)) \quad ; \sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$$

Exercice 2 : Méthodes énergétiques - 6 points

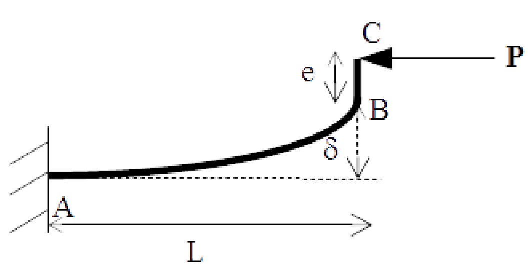
Soit ABC une structure composée une poutre rectiligne AB de longueur L et d'une poutre circulaire BC de rayon R et d'angle d'enroulement $\lambda = \pi$. La structure est encastrée en A et en appui ressort en C, de raideur k. Elle supporte une force ponctuelle verticale F appliquée en D . On suppose que les deux poutres ont le même moment quadratique noté I et le même module d'Young E.



1. Donner le degré d'hyperstatisme de cette structure.
2. Calculer la réaction du ressort en utilisant **les méthodes énergétiques**.
3. Calculer toutes les réactions d'appui.
4. Donner les étapes nécessaires pour le calcul du déplacement vertical du point D.

Exercice 3 : Flambage - 6 points

Soit une structure ABC, encastrée en A, de module d'Young E, de moment quadratique I et de longueur L. Elle subit une compression P appliquée au point C qui est distant du point B d'une petite longueur e. Cela correspond au cas du flambage dévié d'une poutre.



On note les coordonnées des différents points :

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} L \\ \delta \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} L \\ \delta + e \end{pmatrix}$$

1. Donner l'expression du moment flèchissant entre A et C.

2. Que constate t-on ?

3. Montrer que la flèche s'écrit :

   $$y(x) \; = \; C_1 \cos(\omega x) \; + \; C_2 \sin(\omega x) \; + \; (e + \delta)$$

   Préciser ω.

4. En utilisant les conditions limites déterminer les deux constantes C_1 et C_2.

5. On rappelle que le développement limité au voisinage de zéro à l'ordre 2 de $\cos(\omega L)$ est $1 - \frac{(\omega L)^2}{2}$.

   Montrer que l'expression de la flèche δ au point B en fonction de P, L, I et e est : $\delta \; = \; \dfrac{PeL^2}{2EI}$

6. On suppose maintenant que e tend vers 0. Montrer que la charge critique de cette structure : $F_{Critique} \; = \; \dfrac{\pi^2 EI}{4L^2}$

7. On suppose que la section de la poutre est carrée de côté a et de limite élastique σ_e, quelle condition doit vérifier a pour que la poutre reste dans le domaine élastique.

NOM :

PRENOM :

Exercice 4 : Expression et unités dans le système international (SI)- 3 points

Donner l'expression et/ou le symbole puis l'unité dans le système international des grandeurs suivantes. Toute bonne réponse rapport +0.25 point, absence de réponse 0 point et mauvaise réponse -0.25 point.

donnée	**symbole ou expression**	**unité dans le système SI**
Contrainte de traction	$\sigma = F/S$	Pa
Module d'Young		
Contrainte de torsion		
Moment quadratique polaire		
contrainte de flexion		
Coefficient de Poisson		
Module de cisaillement		