R. HERBACH **MQ51 EXAMEN FINAL** le 11.01.2016

Th. VIOLLET *Durée 2 heures, notes de cours et TD autorisées*

**A : contraintes en pointe de fissure en mode I** (sur 10 points)**.**

On étudie la répartition des contraintes en pointe de fissure en déformations planes (DP) et mode I :

$$\tilde{σ\_{rr}}=cos\frac{θ}{2}\left(1+sin^{2}\frac{θ}{2}\right)$$

$$\tilde{σ\_{θθ}}= cos^{3}\frac{θ}{2}$$

$$\tilde{σ\_{rθ}}=sin\frac{θ}{2}cos^{2}\frac{θ}{2}$$

$$\tilde{σ\_{zz}}= ν(\tilde{σ\_{rr}}+\tilde{σ\_{θθ}})$$

**A1)** D’après le calcul des contraintes adimensionnelles pour $θ=\frac{2π}{5}$ et pour $ν= 0,33$ calculer les contraintes principales adimensionnelles en les organisant : $\tilde{σ\_{I}}\geq \tilde{σ\_{II}}\geq \tilde{σ\_{III}}$ et donner l’orientation α d’une direction principale par rapport à $\overline{e}\_{r}$ .

**B : seuils de plasticité en première déformation** (sur 4 points)**.**

Un matériau homogène isotrope de limite d’élasticité *k* en traction simple est soumis à une bi-traction : σI = 2 σII et σIII = 0 dans les axes principaux.

**B1)** Donner σI en fonction de *k* au seuil de plasticité en première déformation si le matériau suit le critère de Von Misès (f = 0).

**B2)** Même question si le matériau suit le critère de Tresca.

**C : calcul de l’épaisseur d’une tuyauterie sous pression cyclique** (sur 6 points)**.**

On considère une tuyauterie sous pression dont les parties rectilignes cylindriques ont un rayon R = 15cm. Cette tuyauterie est soumise à des variations cycliques de pression effective p entre 0 et 60 bar (rappel : 1 bar = 105 Pa, et pression effective = pression interne – pression atmosphérique). On considère qu’il existe dès la construction des fissures semi-circulaires de plus grande longueur 2a0 et de profondeur a0 = 0,5mm (voir la figure ci-dessous). On suppose qu’il en existe au moins une dans l’orientation la plus défavorable.

**C1)** A la température de service, le matériau du tube (35 CD 4) suit une loi de Paris :

$$\frac{da}{dN}=5,2.10^{-12}∆K^{2,9}$$

avec $\frac{da}{dN}$ en m/cycle et $∆K=K\_{Imaxi}$ en $MPa\sqrt{m}$ , $(K\_{Imini}=0)$.

L’épaisseur *e* du tube, de limite élastique $σ\_{Y}=770 MPa$ et de $K\_{IC}=25 MPa\sqrt{m}$ est calculée pour qu’il y ait fuite avant rupture. On rappelle que dans ce cas $K\_{I}=2σ\sqrt{a}$. Quelle est l’épaisseur limite *e1* qui satisfait à la fois $σ<σ\_{Y}$ et $K\_{I}<K\_{IC}$ ?

**C2)** On choisit *e* = 6mm > *e1*, en déduire la durée de vie, en nombre de cycles, de cette tuyauterie.

