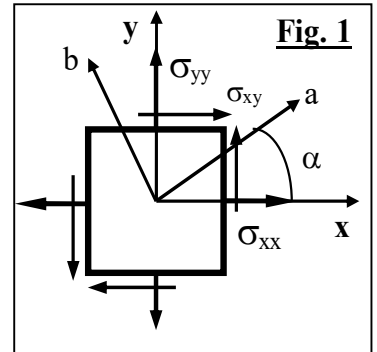


"Aucun Document n'est autorisé"

I- Elasticité Linéaire: Etat plan de Contraintes et Cercles de Mohr: Figure 1 (8 points)

En un point d'une structure mécanique chargée en traction (Figure 1), on relève l'état de contraintes suivantes : $\sigma_{xx} = 10 \text{ GPa}$, $\sigma_{yy} = 5 \text{ GPa}$, $\sigma_{xy} = 5 \text{ GPa}$

- 1- Déterminer analytiquement les Contraintes Principales σ_1 , σ_2 ainsi que les directions principales (20)
- 2- Illustrer vos résultats par le tracé du **Cercle de Mohr** des contraintes ;
- 3- Déterminer les valeurs des contraintes σ_{aa} , σ_{bb} et σ_{ab} si l'élément est orienté suivant un système d'axes (a, b) faisant un angle $\alpha = 60^\circ$ avec les axes (x, y)



Rappel :

$$\begin{cases} \sigma_{aa,bb} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\alpha \pm \sigma_{xy} \sin 2\alpha \\ \sigma_{ab} = -\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\alpha + \sigma_{xy} \cos 2\alpha \end{cases}$$

II- Contraintes et Directions Principales (4 points)

On considère une structure soumise à un état de contraintes suivant : $\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} 30 & 10 & 20 \\ 10 & 30 & 20 \\ 20 & 20 & 20 \end{bmatrix} \text{ MPa}$

- 1- Déterminer les Contraintes Principales σ_1 , σ_2 , σ_3 telles que $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$

- 2- Montrer que les Directions Principales sont de la forme : $\vec{X}_1 \begin{bmatrix} 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \\ -2/\sqrt{6} \end{bmatrix}$, $\vec{X}_2 \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{X}_3 \begin{bmatrix} -1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{3} \end{bmatrix}$

III- Déformée d'une poutre: Figure 2 (8 points)

On considère une poutre articulée en A et en appui simple en C. Elle supporte en son milieu B une charge concentrée $F = 10^4 \text{ N}$ et sur BC une charge répartie d'intensité linéique $P = 10^4 \text{ N/m}$

- 1- Calculer les réactions d'appuis en A et en C
- 2- Etablir les équations de l'effort tranchant $T(x)$ et du moment de flexion $M_f(x)$ le long de la poutre
- 3- Tracer les diagrammes de $T(x)$ et $M_f(x)$ et donner $T_{\max}$ et $M_{f_{\max}}$
- 4- Si la résistance pratique de la poutre en I vaut $R_p = 100 \text{ MPa}$,

montrer que son module d'inertie vaut : $\left(\frac{I_{GZ}}{y_{\max}}\right) \geq 25 \text{ cm}^3$

- 5- En utilisant l'équation de la ligne élastique $EI y_1'' = \pm M_f$, déterminer la flèche $y_{\max}$ en B.

