

# MQ81

## MATERIAUX & MECANIQUE DE STRUCTURES EN CONCEPTION

UTBM, le 12 Janvier 2015

Examen Final

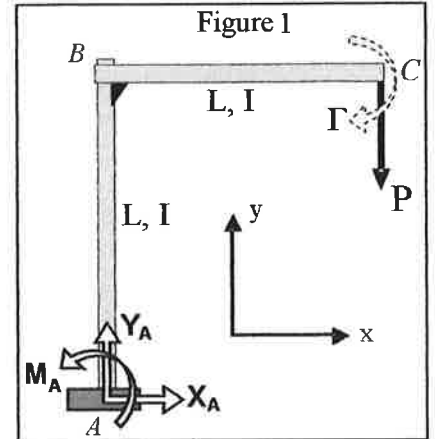
K-E. ATCHOLI

**"Aucun document n'est autorisé"**

### I- Energie de Déformation d'un Mât: Figure 1 (8 points)

On considère un mât ABC (figure 1) constitué de 2 poutres AB et BC identiques de rigidités en traction **ES** et en flexion **EI**, encasté en A, rigide en B et soumis à une force verticale **P** en C. En utilisant la méthode de la charge fictive (couple fictif  $\Gamma$ ) en C, déterminer:

- 1- les composantes du torseur des actions intérieures ( $N$ ,  $M_f$ ) dans les poutres
- 2- l'expression de l'énergie de déformation totale **W** dans le mât.
- 3- le déplacement vertical  $\delta_C$  de C ;
- 4- l'angle de rotation  $\theta_C$  de l'extrémité C,
- 5- Montrer que si  $I/SL^2 \ll 1$ ,  $\delta_C \approx 4PL^3/3EI$



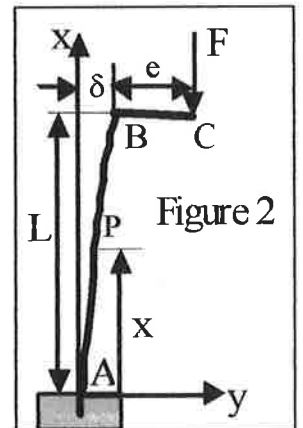
### II- Flambage d'une Poutre: Figure 2 (6 points)

Une poutre ABC de longueur L, de rigidité EI, encastée en A, est soumise en C à une force de compression excentrée F. Si  $\delta$  et  $e$  sont les positions de B et C à l'instabilité (Figure 2) :

- 1- Déterminer en utilisant l'équation différentielle de la déformée, l'expression de la flèche  $y(x)$  en un point courant P de la poutre.
- 2- Montrer qu'en B, cette flèche peut se mettre sous la forme  $\delta \cong \frac{FeL^2}{2EI}$
- 3- Montrer que pour  $e = 0$ , la charge critique de flambage vaut  $F_C = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$

Considérer  $kL$  petit (cas de poutres courtes) et prendre :

$$\cos kL \approx 1 - \frac{k^2 L^2}{2}, \quad 2 - k^2 L^2 \approx 2$$



### III- Critères de Défaillance (Plasticité Rupture) : (6 points)

Un élément d'une structure mécanique est soumis à un état plan de contraintes :

$\sigma_{xx} = 30 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = -50 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{xy} = -30 \text{ MPa}$ . Déterminer :

- 1- les contraintes principales dans le matériau,
- 2- les contraintes limites d'écoulement dans le matériau suivant les critères de Tresca et de Von Misès.
- 3- Si la contrainte maximale d'écoulement du matériau vaut  $\sigma_Y = 300 \text{ MPa}$ , évaluer le coefficient de sécurité  $\eta$  suivant le critère de Tresca ( $\eta = \frac{\sigma_Y}{\sigma_T}$ ) et le critère de Von Misès ( $\eta = \frac{\sigma_Y}{\sigma_{VM}}$ )

I/I