MQ81

MATERIAUX & MECANIQUE DE STRUCTURES EN CONCEPTION

UTBM, le 15 Janvier 2019	*Examen Final*	*K-E. ATCHOLI*

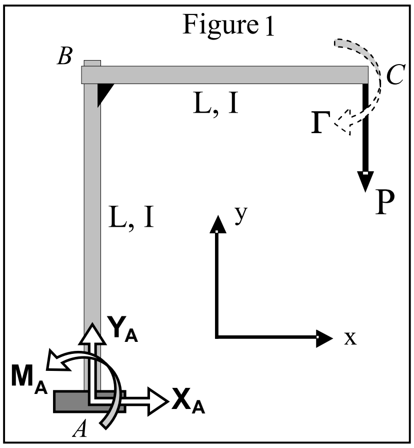
"**Aucun document n'est autorisé**"

Traiter A et B sur des feuilles séparées

A- Méthodes Energétiques : Applications Poutres Droites

A1- Energie d'un Mât : Figure 1 *(6 points)*

On considère un mat **ABC** (figure 1) constitué de 2 poutres **AB** et **BC** identiques de rigidités en traction **ES** et en flexion **EI**, encastré en **A** , rigide en **B** et soumis à une force verticale **P** en **C**.



En utilisant la méthode de la charge fictive (couple fictif **Γ**) en **C,** déterminer:

1- les composantes du torseur des actions intérieures (**N, M_f**) dans les poutres

2- l'expression de l'énergie de déformation totale **W** dans le mât.

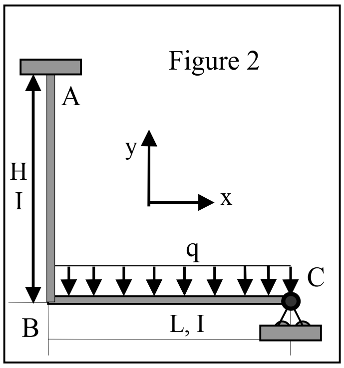
3- le déplacement vertical δ_C de **C** ;

4- l'angle de rotation θ_C de l'extrémité **C,**

5- Montrer que si $\mathbf{I/SL^2 \ll 1}$, $\delta_C \approx \mathbf{4PL^3/3EI}$

A2- Energies de Déformation d'une Structure Hyperstatique Figure 2 *(6 points)*

On considère une structure **ABC** (**figure 3**) constituée de 2 poutres **AB** et **BC** rigides en **B**. Encastrée en **A,** la poutre A**B** est de hauteur **H** et de rigidité en flexion **EI**. En appui simple en **C**, la poutre **BC** de longueur **L** et de rigidité **EI**, supporte une charge uniformément répartie d'intensité linéique **q**. Déterminer :



1- les composantes du torseur des actions intérieures (moments de flexion) dans les sections droites de la structure ;

2- l'expression de l'énergie de déformation en flexion ;

3- la réaction de l'appui **C** en utilisant le théorème de Ménabréa

B- Analyse Limite, Critères de Défaillance (Plasticité-Rupture)

B1-Analyse Limite (4 points)

1- Déterminer la charge limite F_L de la poutre ci-dessous. *Figure a/*
Poutre de section rectangulaire (20mmx10mm). La limite d'élasticité de la poutre est de Re = 350 MPa
Application Numérique.

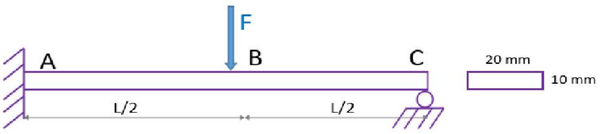


Figure a/

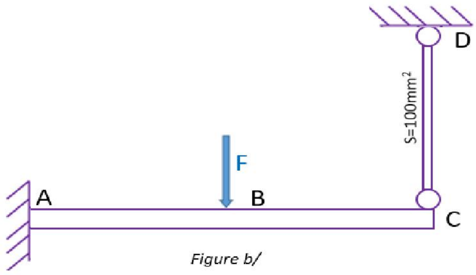


Figure b/

2- La même poutre est maintenant supportée par une tige de section S = 100mm^2. *Figure b/*
Re = 350 MPa aussi bien pour la tige que pour la poutre.

2a/ Tige CD: Pour quelle valeur de F, y at-il effondrement (plastification) de la tige CD ?
2b/ Tige AB : même question qu'en 1/. Déterminer F_L
Indication : Il y a maintenant 2 mécanismes possibles d'effondrement.
Mécanisme1 : Rotule plastique en A et B
Mécanisme2 : Rotule plastique en A et effondrement (plastification) de la tige CD
Application Numérique.

B2-Critères de Défaillance (Plasticité-Rupture) (4 points)

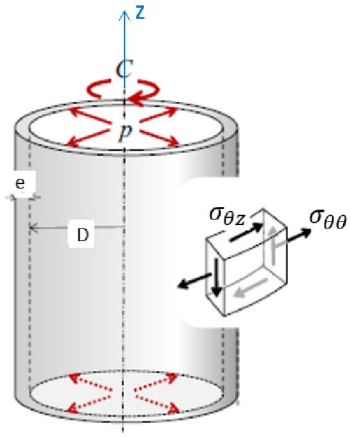
Un tube mince d'épaisseur e et de diamètre D (e<<R) est soumis à une pression interne $\boldsymbol{p}$ et à un couple de torsion $\boldsymbol{C}$. On admettra (sans le démontrer) que l'état de contraintes en tout point de l'épaisseur du tube s'écrit en composantes dans le repère cylindrique local (voir figure) :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{(r,\theta,z)} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} \approx 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ 0 & \sigma_{z\theta} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Avec} \quad \sigma_{\theta\theta} = p\frac{D}{2e} \quad \text{et} \quad \sigma_{\theta z} = \frac{2C}{\pi D^2 e}$$

La limite d'élasticité du matériau est noté $\boldsymbol{R_e}$ Le matériau obéit au critère de VON MISES.
Données : Re= 350 MPa, D = 200 mm, e = 1 mm,

Indication : $\sigma_{eq}^{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}} * \sqrt{[(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + (\sigma_{22}-\sigma_{33})^2 + (\sigma_{33}-\sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)]}$

Dans le cas où $\boldsymbol{C = 0}$ (pression interne seule), pour quelle valeur de $\boldsymbol{p}$, notée $\boldsymbol{p_0}$, y a-t-il écoulement plastique ?
Application Numérique.



1- Dans le cas où $\boldsymbol{p = 0}$ (torsion seule), pour quelle valeur du couple $\boldsymbol{C}$, notée $\boldsymbol{C_0}$, y a-t-il écoulement plastique ?
Application Numérique.
2- Dans le cas d'une sollicitation composée (pression interne + torsion)
3a/ montrer que le domaine de d'élasticité dans le plan des paramètres *(p,C)* peut s'exprimer sous la forme : $(\frac{p}{p_0})^2 + (\frac{C}{C_0})^2 - 1 \leq 0$
3b/ Représenter ce domaine dans l'espace des paramètres (p,C)

II/II