

# MQ81

## MATERIAUX & MECANIQUE DE STRUCTURES EN CONCEPTION

UTBM, le 06 Novembre 2018

Examen Médian

K-E. ATCHOLI

### "Aucun document n'est autorisé"

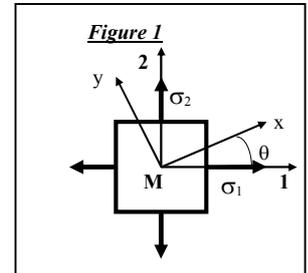
#### I- Etat plan de contraintes et Cercles de Mohr: Figure 1 (8 points)

Les contraintes principales ( $\sigma_1, \sigma_2$ ) en un point M d'une structure mécanique sont supposées connues. Déterminer analytiquement dans les cas suivants, les contraintes  $\sigma_x, \sigma_y$  et  $\sigma_{xy}$  correspondant à un système d'axe arbitraire (x,y) faisant un angle  $\theta$  avec le repère principal (1,2).

1-  $\sigma_1 = 29,05 \text{ MPa}, \sigma_2 = 1,27 \text{ MPa}, \theta = 33,2^\circ$

2-  $\sigma_1 = 18,28 \text{ MPa}, \sigma_2 = -3,88 \text{ MPa}, \theta = 38,75^\circ$

3- Indiquer par les Cercles de Mohr les valeurs de  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  dans les différents cas.



Rappel :

$$\begin{cases} \sigma_{xx, yy} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta \\ \sigma_{xy} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2} \\ \text{tg} 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \end{cases}$$

#### II- Déformée d'une poutre: Figure 2 (8 points)

Une Poutre ABC reposant sur 2 appuis simples (Figure 2), est soumise à une densité de charge linéaire verticale constante  $p$  sur AB

1- Pourquoi cette poutre n'est-elle pas, en toute rigueur, isostatique ? Pourquoi peut-on néanmoins la considérer comme isostatique. Déterminer

2- les réactions d'appuis en A et C

3- le Moment fléchissant  $Mf_1$  sur AB

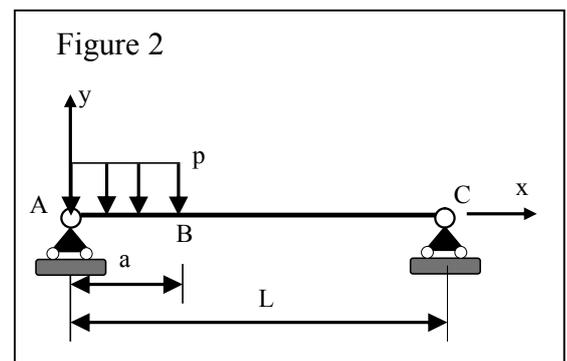
4- le Moment fléchissant  $Mf_2$  sur BC

En utilisant l'Equation Différentielle de la Déformée de la Poutre de la forme :  $EIy'''' = \pm Mf$

5- Déterminer l'expression des flèches  $y_1$  sur AB et  $y_2$  sur BC sans déterminer les constantes d'intégration

6- Quelles sont les Conditions aux Limites et les Conditions de Continuité au point B

7- En déduire les flèches en tout point ( $y_1$  et  $y_2$ )



#### III- Flambage d'une Poutre Figure 3 (4 points)

On considère une structure composée de 2 poutres assemblées par des rotules.

La poutre AB de section cylindrique (diamètre  $D = 32 \text{ mm}$ ), a un module  $E = 70.10^3 \text{ MPa}$  et une limite élastique  $\sigma_e = 105 \text{ MPa}$

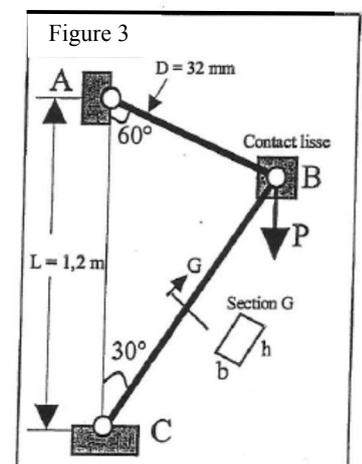
La poutre BC de section rectangulaire ( $b = 36 \text{ mm}, h = 22 \text{ mm}$ ), a un module  $E = 2.10^5 \text{ MPa}$  et une limite élastique  $\sigma_e = 160 \text{ MPa}$ .

En supposant le contact B parfaitement lisse et les déformations dans les plans de la figure :

1- Etudier le comportement de chaque poutre en calculant la valeur limite admissible de la charge P supportable dans la poutre AB en traction et BC en compression donc flambage.

2- Calculer la contrainte critique dans la poutre BC et vérifier que la méthode d'Euler est valable

3- Montrer que la charge maximale que peut supporter la structure vaut  $P_{\text{maxi}} = 67.422 \text{ N}$



Rappel :

$$\begin{cases} \frac{P}{\sin 90^\circ} = \frac{F_{AB}}{\sin 30^\circ} = \frac{F_{BC}}{\sin 60^\circ} & F_{AB} \text{ Force dans la poutre AB} \\ F_C = F_{BC} = \frac{\pi^2 EI}{L_{BC}^2} & F_{BC} \text{ Force dans la Barre BC} \end{cases}$$