

"Aucun document n'est autorisé"

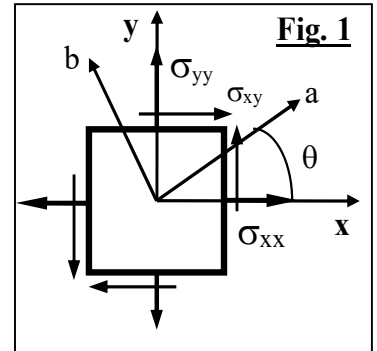
Une bonne présentation de votre copie d'examen (1double feuille maxi) est exigée

I- Elasticité Linéaire: Etat plan de Contraintes et Cercles de Mohr: Fig. 1 (8 points)

En un point d'une structure mécanique chargée en traction (Figure 1), on relève l'état de contraintes suivantes :

$$\sigma_{xx} = 10 \text{ GPa}, \quad \sigma_{yy} = 5 \text{ GPa}, \quad \sigma_{xy} = 5 \text{ GPa}$$

- 1- Déterminer analytiquement les Contraintes Principales σ_1, σ_2 ainsi que les directions principales (20)
- 2- Illustrer vos résultats par le tracé du Cercle de Mohr des contraintes ;
- 3- Déterminer les valeurs des contraintes σ_{aa}, σ_{bb} et σ_{ab} si l'élément est orienté suivant un système d'axes (a, b) faisant un angle $\theta = 60^\circ$ avec le système d'axes (x, y)



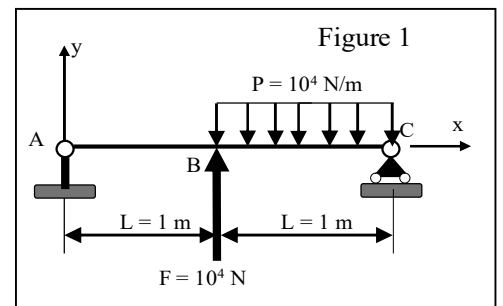
Rappel :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2} \\ \tan 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{aa,bb} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\theta \pm \sigma_{xy} \sin 2\theta \\ \sigma_{ab} = -\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\theta + \sigma_{xy} \cos 2\theta \end{array} \right.$$

II- Déformée d'une poutre: Figure 1 (12 points)

On considère une poutre articulée en A et en appui simple en C. Elle supporte en son milieu B une charge concentrée $F = 10^4 \text{ N}$ et sur BC une charge répartie d'intensité linéique $P = 10^4 \text{ N/m}$

- 1- Calculer les réactions d'appuis en A et en C
- 2- Etablir les équations de l'effort tranchant $T(x)$ et du moment de flexion $M_f(x)$ le long de la poutre
- 3- Tracer les diagrammes de $T(x)$ et $M_f(x)$ et donner $T_{\max}$ et $M_{f\max}$
- 4- Si la résistance pratique de la poutre en I vaut $R_p = 100 \text{ MPa}$, montrer que son module d'inertie vaut : $\left(\frac{I_{Gz}}{y_{\max}} \right) \geq 25 \text{ cm}^3$



En utilisant l'équation différentielle de la déformée ou l'équation de la ligne élastique $EIy_i'' = \pm M_{fi}$,

- 5- Donner sans détailler vos calculs, les différentes étapes pour déterminer la flèche $y_{\max}$ en B.

En utilisant l'expression de l'Energie de déformation en flexion W et le **théorème de Castigliano**,

- 6- Montrer sans faire de calculs, comment on peut obtenir, la même flèche $y_{\max}$ en B.