

Aleth Chevalley

*Calculatrice et fiches autorisées.**La note tiendra compte de la rédaction : tout calcul non justifié par une ou plusieurs phrases ne sera pas pris en compte.*

Exercice 1 : (12 points) Soit une suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n + 5}$

- Montrer par récurrence que la suite (u_n) est décroissante
- Calculer la limite de la suite (u_n)

c) Soit une suite (v_n) de terme général $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$.

Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique ; préciser sa raison et son premier terme.

- Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n .
- Retrouver la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 : (8 points) Soit une suite (u_n) définie par $u_n = \frac{n^2}{(n^2 + 1) \cdot 2^n}$

a) Montrer que $\frac{n^2}{(n^2 + 1)} < 1$ et en déduire que $0 \leq u_n < \frac{1}{2^n}$

b) La suite (u_n) admet-elle une limite ?

Exercice 3 : (5 points + 1 point explications) Une urne contient neuf boules numérotées de 1 à 9. On tire au hasard 2 boules de l'urne.

Calculer le nombre de possibilités d'obtenir chacun des événements suivants :

- On tire les 2 boules simultanément.
- On tire une boule, on ne la remet pas dans l'urne, puis on tire une deuxième boule.
- On tire une boule, on la remet dans l'urne, puis on tire une deuxième boule.

Exercice 4 : (12 points + 2 points explications) Chez un constructeur automobile, on considère une présérie de 30 automobiles d'un nouveau modèle avec différentes couleurs et 2 motorisations (essence ou diesel). On suppose alors que sur les 30 voitures, 12 sont de couleur grise, 18 ont un moteur diesel et 5 sont grises avec un moteur diesel.

- Combien de possibilités différentes peut-on obtenir si on examine 4 voitures simultanément ?
- On examine 4 voitures simultanément.
 - Quel est le nombre de possibilités d'examiner 4 voitures diesel.
 - Quel est le nombre de possibilités d'examiner au moins une voiture avec un moteur à essence.
 - Quel est le nombre de possibilités d'examiner une seule voiture avec un moteur à essence.
 - Quel est le nombre de possibilités d'examiner au moins 2 voitures avec moteur à essence.

- On examine une seule voiture. On appelle D l'événement « la voiture a un moteur diesel » et G l'événement « la voiture a la couleur grise »

Calculer les probabilités des événements suivants (en expliquant) :

- « La voiture est grise avec un moteur diesel »
- « La voiture a un moteur à essence »
- « La voiture est grise ou a un moteur diesel »
- « La voiture est grise et n'a pas de moteur diesel »
- « La voiture n'est pas grise et a un moteur à essence »
- « La voiture est soit grise soit avec un moteur diesel »