

Final automne 2011

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 (7 points)

1. Résoudre (E_1) $y' + 3.x^2.y = x^2.e^{-x^3}$

2. Résoudre (E_2) $y'' + 2.y' + 2.y = 2.x^2 + 4.x + 4.$

3. Résoudre (E_3) $(x - 1).y'' - x.y' + y = 0.$

Montrer que $y_1 = e^x$ est solution de (E_3). En déduire toutes les solutions de (E_3) en posant $y(x) = y_1(x).z(x).$

Exercice 2 (3 points)

Déterminer une équation différentielle admettant

$$\left\{ e^x + \frac{1}{4} + (C_1 + C_2.x).e^{2x}, C_1, C_2 \in \mathbb{R} \right\}$$

comme ensemble de solutions. Expliquer.

TOURNER LA PAGE S.V.P.

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction de deux variables réelles définie par $f(x, y) = \frac{x}{(x \cdot y - 1) \cdot y}$.

1. Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble de définition de f .
2. f admet-elle une limite en $(0, 0)$?

Exercice 4 (6 points)

Soit la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x, y) = \frac{y^4}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ f(x, y) = 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- 1 - f est-elle continue sur \mathbb{R}^2 ?
- 2 - Quelles sont ses dérivées partielles ?
- 3 - Les dérivées partielles sont-elles continues sur \mathbb{R}^2 ?