

Final automne 2013

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 - 7 points

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1) **Equation différentielle du premier ordre à variables séparées :**

$$(E_1) y' = \frac{1}{2xy}$$

avec $x > 0$ et $y > 0$.

2) **Equation différentielle linéaire du premier ordre :**

$$(E_2) xy' + y = e^x.$$

3) **Equation différentielle linéaire du second ordre :**

$$(E3) y'' + y' + y = 3x^2 + 8x + 9.$$

Déterminer la solution particulière g de l'équation (E3) telle que $g(0) = 0$ et $g'(0) = 0$.

Exercice 2 (3 points)

Déterminer une équation différentielle admettant

$$\{x + C_1.e^x + C_2.e^{2x}, C_1, C_2 \in \mathbb{R}\}$$

comme ensemble de solutions. Expliquer.

TOURNER LA PAGE S.V.P.

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction de deux variable réelles définie par $f(x, y) = \frac{x}{(x.y-1).y}$.

1. Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble de définition de f .
2. f admet-elle une limite en $(0, 0)$?

Exercice 4 (6 points)

Soit la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x, y) = \frac{x^5}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ f(x, y) = 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- 1 - f est-elle continue sur \mathbb{R}^2 ?
- 2 - Quelles sont ses dérivées partielles ?
- 3 - Les dérivées partielles sont-elles continues sur \mathbb{R}^2 ?