

Final automne 2014

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 - 8 points

Résoudre l'équation différentielle

$$y'' + y' - 2y = e^x + 1.$$

Exercice 2 (8 points)

Soit la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x, y) = \frac{xy^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ f(x, y) = 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1 - f est-elle continue sur \mathbb{R}^2 ?

2 - Quelles sont ses dérivées partielles ?

3 - Les dérivées partielles sont-elles continues sur \mathbb{R}^2 ?

4 - Calculer $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0)$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 3 (4 points)

Déterminer les extremums de la fonction suivante :

$$f(x, y) = e^x - xy.$$