

Final automne 2018

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 - 10 points

Etudier la convergence des séries suivantes :

$$1. S_1 = \sum \left(\frac{n}{n^2+1} \right)^n,$$

$$2. S_2 = \sum \frac{n!}{2^n},$$

$$3. S_3 = \sum \frac{1}{n \cdot \ln(n)},$$

$$4. S_4 = \sum \frac{\ln(n)}{n^3},$$

$$5. S_5 = \sum \frac{(-1)^n}{n - \ln(n)}.$$

Exercice 2 - 8 points

Soit la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x, y) = \frac{xy^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ f(x, y) = 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1 - f est-elle continue sur \mathbb{R}^2 ?

2 - Quelles sont ses dérivées partielles ?

3 - Les dérivées partielles sont-elles continues sur \mathbb{R}^2 ?

4 - Calculer $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0)$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$. Que peut-on en déduire ?

TOURNER LA PAGE SVP

Exercice 3 - 3 points

Déterminer l'ensemble de définition et les extremums de la fonction

$$g(x, y) = x((\ln(x))^2 + y^2).$$

Justifier soigneusement.