

MT41
Techniques Mathématiques pour l'Ingénieur

UTBM le 25 Juin 2010

Examen final

S. ABBOUDI

Résumé de cours autorisé

I- Calcul des variations

Déterminer les courbes extrémales (min ou max) des fonctionnelles :

1) $J(y(x)) = \int_0^1 (3y'(x) + 4y^2(x)) dx$

2) $J(y(x)) = \int_0^1 (y'(x) + y(x)e^x) dx$,

Déterminer, les constantes d'intégration en supposant $y(0) = 1$ et $y(1) = 2$.

II – Série de Fourier (SF)

On considère la fonction périodique $f(x) = |\sin x|$.

1) Calculer les coefficients de Fourier de $f(x)$ et en déduire la somme : $S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1}$

2) Etablir la relation de Parseval et en déduire la somme $S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(4k^2 - 1)^2}$.

III – Transformée de Fourier (TF)

1) Calculer directement la TF de la fonction $\Pi(2x - 3)$.

2) On suppose connues les transformées de Fourier des fonctions $e^{-a|x|}$, $\Pi(x)$ et $e^{-\pi x^2}$. En déduire la T.F. des fonctions $e^{-2(x-1)^2}$, $(x-2)\Pi(x-3)$ puis de celle de $x^2 e^{-2|x|}$.

3) On note $y(v)$ la TF de $y(x)$

a) Calculer la transformée de Fourier des deux membres de l'équation :

$$y''(x) + y(x) = e^{-|x|}$$

b) En utilisant la propriété de la TF sur le produit de convolution, déterminer la solution $y(x)$, $0 < x < 2$.