

MT41
Techniques Mathématiques pour l'Ingénieur

UTBM le 18 Janvier 2013

Examen final

S. Abboudi, F. Peyraut

Résumé de cours autorisé

I- Calcul des variations

Déterminer la forme de la courbe extrême de la fonctionnelle $J(y(x)) = \int_0^1 f(y) \sqrt{1 + y'^2(x)} dx$,

dans les cas $f(y) = y$ puis $f(y) = \sqrt{y}$.

II - Série de Fourier (SF)

1) Calculer les coefficients de Fourier de la fonction 2π périodique :

$$f(x) = e^{-x} \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

et en déduire les sommes : $S = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1+k^2}$

Calculer l'intégrale : $\int_{-\pi}^{+\pi} e^{-2x} dx$ et en déduire la somme : $S = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1+k^2}$

2) Calculer les coefficients de Fourier de la fonction 2π périodique :

$$f(x) = |x|, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

et en déduire la somme : $S = 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \dots$

III - Transformée de Fourier (TF)

1) Calculer la TF de la fonction $\Pi(x) = 1$ si $-1/2 < x < 1/2$ et 0 si non et en déduire celle des fonctions : $\Pi(x-2)$ et $\Pi(3x-2)$

En déduire l'intégrale : $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$

2) Calculer la TF de la fonction $e^{-|x|}$ et en déduire celle des fonctions $e^{-2\pi|x|}$ et $e^{-2\pi|x-1|}$.

En déduire l'intégrale : $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$.