

**MT41**  
**Techniques Mathématiques pour l'Ingénieur**

UTBM le 25 Juin 2010

Examen final

S. ABBOUDI

Résumé de cours autorisé

\*\*\*

**I- Calcul des variations**

1) Déterminer la courbe  $y(x)$  dont la longueur est minimale et qui enferme avec l'axe  $ox$ ,  $0 \leq x \leq l$ , une surface  $S$  supposée connue.

2) Déterminer la courbe extrême de la fonctionnelle  $J(y(x)) = \int_0^l \frac{l}{\sqrt{y}} \sqrt{1 + y'^2(x)} dx$ ,

Déterminer, les constantes d'intégration en supposant  $y(0) = 0$  et  $y(l) = 0$ .

**II - Série de Fourier (SF)**

1) Calculer les coefficients de Fourier de la fonction  $2\pi$  périodique :

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x + \frac{\pi}{4}) & \text{si } -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin(x + \frac{\pi}{4}) & \text{si } 0 \leq x \leq \pi \end{cases} .$$

et en déduire la somme :  $S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{16k^2 - 1}$

2) Calculer les coefficients de Fourier de la fonction  $2\pi$  périodique :

$$f(x) = e^{\pi-x}, \quad x \in [0, 2\pi]$$

et en déduire la somme :  $S = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2 + 1}$

**III - Transformée de Fourier (TF)**

1) Calculer directement la TF de la fonction  $e^{-a|x|}$

2) En déduire la T.F. des fonctions  $xe^{-2\pi|x|}$ ,  $x^2e^{-2\pi|x|}$  et  $e^{-2i\pi\nu}e^{-2\pi|x|}$

3) En déduire les intégrales  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$ ,  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}$  et  $\int_0^{+\infty} \frac{x}{x^2 + 1} dx$