

XT41
Techniques Mathématiques pour l'Ingénieur

UTBM le 15 Janvier 2014

Examen final

S. Abboudi, F. Peyraut

Résumé de cours autorisé

I- Calcul des variations

- 1) Ecrire la formulation mathématiques d'un problème de calcul de variations PCV à extrémités fixées puis libres.
- 2) Donner la définition d'une direction de déplacements admissible (dda) d'une fonction et faire une représentation graphique dans le cas d'un PCV à extrémités fixées puis libres.
- 3) Donner la définition d'une dérivée directionnelle d'une fonctionnelle et en déduire la condition d'optimalité d'un PCV.
- 4) Rappeler l'équation d'Euler Lagrange et expliquer dans quel cas on peut utiliser sa forme intégrée.
- 5) Application : déterminer la courbe extrême de la fonctionnelle :

$$J(y(x)) = \int_0^1 (y^2(x) + y'^2(x)) dx \quad \text{avec } y(0) = 0 \text{ et } y'(0) = 1$$

II - Série de Fourier (SF)

- 1) Ecrire la forme trigonométrique puis complexe de décomposition d'une fonction en série de Fourier et montrer les formules de passage de l'une à l'autre.
- 2) Calculer les coefficients de Fourier trigonométriques et complexes de la fonction 2π périodique : $f(x) = x$ dans les domaines $-\pi \leq x \leq \pi$ puis dans $0 \leq x \leq 2\pi$

et en déduire la valeur de la somme : $S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \dots$

III - Transformée de Fourier (TF)

- 1) Calculer la TF des fonctions :

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -1/2 \leq x \leq 1/2 \\ 0 & \text{si } \text{non} \end{cases} \quad \text{et} \quad f(x) = \begin{cases} x & \text{si } -\pi \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{si } \text{non} \end{cases}$$

- 2) Calculer à partir de la TF de la fonction $\Pi(x)$ ou à partir de la fonction $f(x)$, la TF de la fonction :

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{si } \text{non} \end{cases}$$