

**MT41**  
**Techniques Mathématiques pour l'Ingénieur**

UTBM le 25 Juin 2013

Examen final

S. ABBOUDI

Résumé de cours autorisé

\*\*\*

**I- Calcul des variations**

Déterminer la courbe extrême des fonctionnelles :

$$J_1(y(x)) = \int_0^1 \sqrt{y(x)(1 + y'^2(x))} dx$$

et

$$J_2(y(x)) = \int_0^1 y'(x) \sqrt{(1 + y'^2(x))} dx$$

Déterminer, les constantes d'intégration en supposant  $y(0) = 0$  et  $y(1) = 1$ .

**II - Série de Fourier (SF)**

1) Calculer les coefficients de Fourier de la fonction  $2\pi$  périodique :

$$f(x) = x + |x|, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

2) Calculer les coefficients de Fourier de la fonction périodique, de période égale à 2 :

$$f(x) = x^2 \quad -1 \leq x \leq 1$$

et en déduire la somme des séries :  $S_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}$  et  $S_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$

**III - Transformée de Fourier (TF)**

1) Calculer directement la TF de la fonction  $f(x) = e^{-a|x|}$ ,  $a$  réel, et en déduire

l'intégrale :  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

2) Calculer la TF des dérivées de  $f(x)$  :  $f'(x)$  et  $f''(x)$  et en déduire l'intégrale  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{1+x^2} dx$

3) Utiliser la relation de Parseval pour calculer l'intégrale :  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$