

XT41
Techniques Mathématiques pour l'Ingénieur

UTBM le 15 Mai 2006

Examen partiel

S. Abboudi

Résumé de cours autorisé

I - Convergence et intégration

1) Etudier, sur R^+ , les domaines de convergence simple et uniforme de la suite de fonctions :

$$f_n(x) = (x-1)^n(x-2)^n \quad n \in N^*$$

2) Calculer l'intégrale de la fonction : e^{-ax^2} sur R^+ , $a > 0$.

3) Calculer l'intégrale de la fonction $f(x, y) = (x+y)^2$ sur le disque D centré à l'origine et de rayon 1.

II- Optimisation

1) Discuter, en fonction du réel a , la nature des points critiques des fonctions :

$$f(x, y) = x^2 + axy + y^2 + 2y \quad (x, y) \in R^2$$

et $g(x, y) = x^3 - axy + 3y^3 \quad (x, y) \in R^2$

2) Ecrire la fonction $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 2y$ sous la forme quadratique classique

$$f(X) = \frac{1}{2} X^T . A . X + b^T . X + c, \quad X^T = (x, y).$$

3) Calculer et justifier le minimum de $f(x, y)$.

4) Utiliser la méthode du gradient avec un pas optimal et un choix judicieux de la valeur initiale $X_0^T = [x_{10} \ x_{20}]$ pour retrouver, en une seule itération, le minimum de la fonction $f(x, y)$.