MT41

Techniques Mathématiques pour l'Ingénieur

UTBM le 12 Mai 2009 *Examen partiel* *S. Abboudi*

Résumé de cours autorisé

☆☆☆

I - Convergence et intégration

1) Etudier, sur R^+ les domaines de convergence simple et uniforme des suites de fonctions :

$$f_n(x) = \frac{x}{1+(x-n)^2} \qquad n \in N^*$$

2) Calculer l'aire du domaine défini par les trois paraboles :

$$x = -y^2, \quad x = 2y - y^2 \quad \text{et} \quad x = 2 - 2y - y^2.$$

3) Calculer l'intégrale de la fonction $f(x) = x - x^2$, $x \in [-1,+1]$ en utilisant le principe de Lebesque puis de Rieman.

4) Calculer l'intégrale de la fonction $f(x,y) = sin^2(x+y)$ dans le domaine D=$\{(x,y) \in R^2 \,/\, x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq \pi\}$

II- Optimisation

1) Parmi tous les rectangles, de côtés *a* et *b* suivant *Ox* et *Oy* respectivement, que l'on peut insérer dans l'ellipse $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$, déterminer celui dont la surface est maximale. Justifier votre réponse.

2) Déterminer la nature des points critiques de la fonction $f(x,y) = (y^2 - x^2)cos(xy)$ sur le domaine défini par : $0 \leq x \leq \sqrt{\frac{3\pi}{2}}$ et $0 \leq y \leq \sqrt{\frac{3\pi}{2}}$.

3) Utiliser deux itérations de la méthode du gradient avec un pas optimal pour minimiser la fonction : $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - xy - x$. Initialiser à $(x_0, y_0) = (0,1)$.