

MT41
Techniques Mathématiques pour l'Ingénieur

UTBM le 28 avril 2021

Examen médian

S. Abboudi

Cours autorisé

I - Convergence et intégration

1) Etudier, sur R^+ , les domaines de convergence simple et uniforme des suites de fonctions :

$$f_n(x) = \frac{x}{1+n^2x^2} \quad n \in N^*$$
$$g_n(x) = \frac{n}{n^2+(x-n)^2}$$

Calculer : $\int_0^X g_n(x) dx$, $\lim_{X \rightarrow \infty} \int_0^X g_n(x) dx$ et $\int_0^\infty \lim_{n \rightarrow \infty} g_n(x) dx$

Commenter les résultats obtenus.

2) Calculer l'intégrale des fonctions :

$f(x, y) = x^2 + y^2$ sur le domaine triangulaire définie les points (0,0), (0,1) et (2,0)

$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$ sur le domaine $D = \{(x, y, z) \in R^3; x^2 + y^2 \leq a^2 \text{ et } 0 < z < a\}$

II- Optimisation

1) Trouver les points de la courbe $y = x^2 - 1$ dont la distance à l'origine est minimale.

2) Trouver le point de la courbe $y = x^2 - 1$ dont la distance au point $P(1,1)$ est minimale.
Utiliser deux itérations de la méthode de Newton pour la recherche du minimum avec $x_0 = 0,1$.

3) Discuter les points critiques de la fonction : $f(x, y) = xy^2 + 2x^2 + y^2$

4) Utiliser deux itérations de la méthode du gradient avec un pas optimal pour minimiser la fonction $f(x,y)$, initialiser avec $(x_0, y_0) = (1,1)$