_MT82_

Mathématiques avancées pour l'ingénieur

UTBM le 11 Janvier 2016 *Examen Final* *S. Abboudi, B. Mignot*

Résumé de cours autorisé

****

I- Eléments finis 1D

On considère le système suivant :

EDO $$\frac{d}{dx}(k\frac{du}{dx}) + a\,u(x) + P = 0 \qquad 0 < x < L, \qquad (1)$$

CL $$u(0) = U_0 \text{ en } x=0 \quad et \quad -k\frac{du}{dx}(L)+b\,u(L)=q \text{ en } x=L \qquad (2)$$

a , b, q , k , U_0, L *et* P sont des constantes connues, $q=100$, $k=1$, $U_0=10$, $L=3$, $P=40$.

a) Etude du cas a=0 et b=0 (8 pts)

1) Ecrire les formes variationnelles globale et faible du système.

2) Calculer les matrices élémentaires de trois éléments finis de même longueur en utilisant une approximation nodale linéaire et une pondération du résidu de type Galerkin sur chaque élément.

3) Assembler les éléments et calculer la solution aux nœuds des éléments.

4) Comparer le résultat obtenu avec la solution exacte.

b) Etude du cas a=b=1 : (6 pts) Reprendre les questions 1), 2) et 3) en supposant *a=b=1*.

II – Résidus pondérés (6 pts)

Calculer une solution approchée de type polynomial, du système ci-dessous, en utilisant une pondération du résidu de type Galerkin :

$$\frac{d^2u}{dx^2} + u(x) + 100 = 0 \qquad -L < x < L,\; L=1 \qquad (3)$$

$$u(-L) = 0 \text{ en } x=-L \quad et \quad u(L) = 0 \text{ en } x=L \qquad (4)$$

La solution approchée sera cherchée sous la forme : $\tilde{u}(x) = \sum_{k=0}^{N=3} a_k\, x^k$

III – Optimisation : question supplémentaire sur 2 pts.

Déterminer l'optimum de la fonction : $f(x,y) = (x-1)^2 + (y+1)^2,\ (x,y) \in R^2$