MT82
Mathématiques avancées pour l'ingénieur

UTBM le 18 Janvier 2017 *Examen Final* *S. Abboudi, B. Mignot*

Résumé de cours autorisé
****

I- Eléments finis : 13 pts

On considère le système suivant :

EDO $$\frac{d}{dx}\left(k(x)\frac{du}{dx}\right)+P(x)=0 \qquad 0<x<L, \qquad (1)$$

CL $$-k\frac{du}{dx}(0)=Q \text{ en } x=0 \quad et \quad u(L)=U_L \text{ en } x=L \qquad (2)$$

k(x) et P(x) sont des fonctions connues. U_L, *L et Q* sont des constantes connues,

AN : $Q=200$, $k(x)=50$, $U_L=10$, $L=3$, $P(x)=100$. (3)

On considère trois éléments de même longueur avec une interpolation linéaire sur chaque élément.

1) Ecrire les formes variationnelles globale et faible du système.

2) Appliquer le principe de pondération de Galerkin pour calculer les matrices élémentaires.

3) Assembler les éléments et calculer les variables nodales inconnues.

4) Comparer le résultat obtenu avec la solution exacte.

5) Calculer à nouveau la solution aux nœuds des éléments avec les données suivantes :

Elément 1 : $k(x)=40$, $P(x)=120$. Elément 2 : $k(x)=20(x+1)$, $P(x)=40(40-x)$.

Elément 3 : $k(x)=60$, $P(x)=80$.

6) Calculer à nouveau la solution aux nœuds des éléments si on applique sur le 3ème nœud x_3 la condition : $-k\dfrac{du}{dx}(x_3)=Q_3=150$ avec les données (3)

II – Résidus pondérés : 6 pts

Calculer la solution approchée du système (1) et (2) ci-dessus, en utilisant une approximation polynômiale à quatre termes (*k=0,1,2,3*) et une pondération du résidu de type moindres carrés.

AN : voir (3) avec $P(x)=50x$.

III – Optimisation : 3 pts.

Déterminer la nature des points optimums de la fonction :

$$f(x,y)=x^3+x^2+(y+1)^2,\ (x,y)\in R^2$$