

Aleth Chevalley

Calculatrice et fiches autorisées.

La note tiendra compte de la rédaction : tout calcul non justifié par une ou plusieurs phrases ne sera pas pris en compte.

**Exercice 1 :** ( 12 points) Soit une suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n + 5}$

- Montrer par récurrence que la suite  $(u_n)$  est décroissante
- Calculer la limite de la suite  $(u_n)$
- Soit une suite  $(v_n)$  de terme général  $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$ .

Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite arithmétique ; préciser sa raison et son premier terme.

- Exprimer  $v_n$ , puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- Retrouver la limite de la suite  $(u_n)$

**Exercice 2 :** ( 8 points) Soit une suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = \frac{n^2}{(n^2 + 1) \cdot 2^n}$

- Montrer que  $\frac{n^2}{(n^2 + 1)} < 1$  et en déduire que  $0 \leq u_n < \frac{1}{2^n}$
- La suite  $(u_n)$  admet-elle une limite ?

**Exercice 3 :** (5 points + 1 point explications) Une urne contient neuf boules numérotées de 1 à 9. On tire au hasard 2 boules de l'urne.

Calculer le nombre de possibilités d'obtenir chacun des événements suivants :

- On tire les 2 boules simultanément.
- On tire une boule, on ne la remet pas dans l'urne, puis on tire une deuxième boule.
- On tire une boule, on la remet dans l'urne, puis on tire une deuxième boule.

**Exercice 4 :** ( 12 points + 2 points explications) Chez un constructeur automobile, on considère une présérie de 30 automobiles d'un nouveau modèle avec différentes couleurs et 2 motorisations (essence ou diesel). On suppose alors que sur les 30 voitures, 12 sont de couleur grise, 18 ont un moteur diesel et 5 sont grises avec un moteur diesel.

- Combien de possibilités différentes peut-on obtenir si on examine 4 voitures simultanément ?
- On examine 4 voitures simultanément.
  - Quel est le nombre de possibilités d'examiner 4 voitures diesel.
  - Quel est le nombre de possibilités d'examiner au moins une voiture avec un moteur à essence.
  - Quel est le nombre de possibilités d'examiner une seule voiture avec un moteur à essence.
  - Quel est le nombre de possibilités d'examiner au moins 2 voitures avec moteur à essence.

- On examine une seule voiture. On appelle D l'événement « la voiture a un moteur diesel » et G l'événement « la voiture a la couleur grise »

Calculer les probabilités des événements suivants (en expliquant) :

- « La voiture est grise avec un moteur diesel »
- « La voiture a un moteur à essence »
- « La voiture est grise ou a un moteur diesel »
- « La voiture est grise et n'a pas de moteur diesel »
- « La voiture n'est pas grise et a un moteur à essence »
- « La voiture est soit grise soit avec un moteur diesel »