

La note tiendra compte de la rédaction : tout calcul non justifié par une ou plusieurs phrases ne sera pas pris en compte. Fiches et calculatrice autorisées.

Exercice 1: (8 points)

Résoudre l'équation suivante : $\arcsin(x) = \arccos(\sqrt{2}x) - \arccos(\sqrt{3}x)$
en n'oubliant pas de déterminer le domaine de définition

Exercice 2: (12 points)

Un nouveau club de sport ouvre à Belfort. D'après les statistiques de la ville, il faut prévoir que :

- 80% des membres reconduiront leur inscription d'une année sur l'autre
- 70 nouveaux membres rejoindront le club chaque année à partir de la deuxième année.



Le club ouvre le 1^{er} janvier 2018 et enregistre 240 inscriptions la première année.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de membres inscrits au club pour l'année 2018 + n .

1. Mettre en équation sous forme d'une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$
2. Etude de la suite (u_n) : première méthode
 - (a) Etudier les variations de la suite (u_n) à l'aide d'un raisonnement par récurrence
 - (b) Montrer par récurrence que la suite (u_n) est majorée par 350
 - (c) En déduire que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite. Combien y aura-t-il de membres au maximum ?
3. Etude de la suite (u_n) : deuxième méthode
Soit (v_n) une suite définie pour tout entier n par : $v_n = 350 - u_n$
 - (a) Montrer que la suite v_n est géométrique ; préciser sa raison et son premier terme
 - (b) En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n
 - (c) Calculer la limite de la suite (u_n) .
 - (d) Après combien d'années, le nombre de membres dépassera-t-il 300 ?

TOURNEZ LA PAGE SVP

Exercice 3: (12 points)

Le jeu UNO comporte 108 cartes réparties comme suit :

- cartes numérotées de 0 à 9 (19 cartes bleues, 19 vertes, 19 rouges et 19 jaunes)
- 8 cartes "+2" (2 de chaque couleur : bleu, vert, rouge et jaune)
- 8 cartes "inversion" (2 de chaque couleur : bleu, vert, rouge et jaune)
- 8 cartes "Passer" (2 de chaque couleur : bleu, vert, rouge et jaune)
- 4 cartes "Jocker"
- 4 cartes " Super Jocker"



Chaque joueur reçoit simultanément 7 cartes.

1. Combien y a-t-il de possibilités pour un joueur, d'avoir dans son jeu, uniquement des cartes bleues ? (détaillez)
2. Combien y a-t-il de possibilités pour un joueur, d'avoir dans son jeu, une carte "+2", une carte "inversion" et 2 cartes "Jocker" ? (détaillez)
3. Combien y a-t-il de possibilités pour un joueur, d'avoir dans son jeu, 3 cartes "Jocker" et 4 cartes "Super Jocker" ? (détaillez)
4. Sans calcul, combien y a-t-il de possibilités pour un joueur, d'avoir dans son jeu, 4 cartes "Jocker" et 3 cartes "Super Jocker" ? Justifiez

Exercice 4: (8 points)

Montrer que les suites (u_n) et (v_n) définies pour $n > 0$ sont adjacentes
 $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ et $v_n = u_n + \frac{2}{n+1}$

Bon courage et bon stage