

Calculatrice et fiches autorisées

Exercice 1 (8 points) Etude de la fonction définie par $f(x) = x^{\frac{1}{x^2}}$

- Donner le domaine de définition de cette fonction
- Etudier les variations de la fonction f et dresser le tableau de variations
- Calculer toutes les limites et valeurs particulières
- Déterminer l'équation de la tangente au point $x = 1$
- Déterminer la ou les asymptotes

Exercice 2 (12 points) Le but de ce problème est de calculer l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$ de deux manières.

Partie A :

- Calculer la dérivée de la fonction $x \mapsto \sqrt{x^2 + 1}$
- En déduire la dérivée de la fonction f définie sur $[0, 1]$ par $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$
- En utilisant les résultats précédents, calculer I

Partie B :

- Résoudre $\text{sh } t = 1$
- Calculer I à l'aide du changement de variable suivant $x = \text{sh } t$
- Comparer le résultat obtenu avec celui de A - c)

Exercice 3 (6 points) Déterminer $\int e^{\sin x} \cdot \cos x \, dx$

Exercice 4 (7 points)

- Montrer que $\frac{3-4t}{(2t+1)(2-t)} = \frac{2}{2t+1} - \frac{1}{2-t}$
- Calculer l'intégrale suivante $\int \frac{3-4\sin x}{2\cos x + 3\tan x} dx$ en utilisant le changement de variable $t = \sin x$

Exercice 5 (7 points) Calculer l'intégrale suivante $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{2x} \cdot \sin(2x) \, dx$