Calculatrice et fiches autorisées.
La note tiendra compte de la rédaction : tout calcul non justifié ne sera pas pris en compte.

Exercice 1 : (13 points) Soit la fonction $f(x) = (\sqrt{x})^{(\frac{1}{x})}$

a. Déterminer le domaine de définition de la fonction f
b. Calculer la dérivée de f
c. Résoudre : $\ln x - 1 = 0$
d. Tracer le tableau de variation de la fonction f
e. Calculer les limites et les valeurs particulières de la fonction f
f. En déduire que la courbe représentative de f admet une asymptote ; donner son équation
g. Calculer la tangente à la courbe au point $x = 1$.

Exercice 2 : (9 points) Soient les fonctions suivantes :

$$f(x) = e^{-x}.(ch^2x - sh^2x), \quad g(x) = 2ch(x) + 3sh(x) \quad \text{et } h(x) = \ln(\sqrt{x-2} - 2)$$

a. Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$
b. Résoudre : $g(x) = 1$
c. Déterminer le domaine de définition de $h(x)$

Exercice 3 : (9 points) Calculer les primitives suivantes :

a. $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} dx$
b. $\int sh(x).ch^2(x)dx$
c. $\int (-1 + \frac{1}{t}).\frac{1}{(t-\ln t)^2} dt$

Exercice 4 : (9 points) Soit la fonction f définie par $f(x) = (2 + \cos x).e^{1-x}$.

On veut calculer l'aire $\mathcal{A}$ exprimée en unités d'aire, du domaine limité par la courbe représentative de f, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

a. Montrer que $\mathcal{A} = 2e - 2 + \int_0^1 \cos x.e^{1-x}\, dx$
b. On pose $I = \int_0^1 \cos x.e^{1-x}\, dx$ et $J = \int_0^1 \sin x.e^{1-x}\, dx$
   (a) A l'aide d'intégrations par parties, montrer que : $I = -\cos(1) + e - J$ et $J = -\sin(1) + I$
   (b) En déduire la valeur de I
c. Déterminer la valeur exacte de $\mathcal{A}$ en unités d'aires.