

La note tiendra compte de la rédaction : tout calcul non justifié par une ou plusieurs phrases ne sera pas pris en compte. Fiches et calculatrice autorisées.

Exercice 1: (5 points) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x \cdot (e^x + e^{-x} - 2)}$  en utilisant les développements limités.

Exercice 2: (8 points) Etude de la branche infinie en  $+\infty$  de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{\sqrt{x^6 + 2x^5}}{x^2 - 2}$ . Déterminer l'asymptote et la position relative de la courbe représentative de  $f$  par rapport à son asymptote en  $+\infty$ .

Exercice 3: (6 points) Soit l'équation :  $\arcsin(x\sqrt{2}) = \arccos(x\sqrt{3})$

- Déterminer le domaine de définition
- Résoudre l'équation et vérifier la validité de la solution

Exercice 4: (7 points) Etude de la fonction  $f(x) = \arcsin\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)$

- Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$
- Montrer que la dérivée de la fonction s'écrit sous la forme  $f'(x) = - \frac{(x-x_1) \cdot (x-x_2)}{(x^2+1) \cdot \sqrt{(x^2+1)^2 - (x+1)^2}}$  en déterminant  $x_1$  et  $x_2$  les racines du numérateur.
- Tracer le tableau de variation de la fonction
- Déterminer les limites de cette fonction en  $-\infty$ ,  $+\infty$  et autres points particuliers, en détaillant les calculs.
- En déduire les asymptotes à la courbe et la position de la courbe par rapport à chaque asymptote (en utilisant les limites calculées).

Exercice 5: (6 points)

Une enquête révèle que les supporters de l'équipe de France de Euro 2016 ont acheté des produits dérivés. 70% des supporters ont acheté un maillot de l'équipe de France (événement M), 30% des supporters ont acheté un drapeau français (événement D) et 20% des supporters ont acheté un maillot de l'équipe de France et un drapeau français.



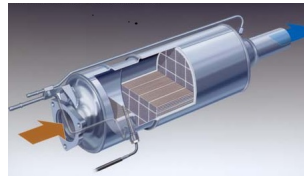
Bien entendu, ces valeurs ne représentent pas la réalité.

Exprimer les événements suivants et déterminer les probabilités de :

- Un supporter a acheté un maillot de l'équipe de France ou un drapeau français.
- Un supporter a acheté un maillot de l'équipe de France et n'a pas acheté de drapeau français.
- Un supporter n'a acheté ni de maillot de l'équipe de France ni de drapeau français.
- Un supporter a acheté soit un maillot de l'équipe de France soit un drapeau français.

## Exercice 6: (8 points)

Un constructeur automobile monte des filtres à particules dans ses voitures diesel. Les filtres à particules doivent respecter les normes européennes : rejeter moins de  $2 \cdot 10^{11}$  particules par kilomètre, les particules ayant une taille moyenne de  $36 \mu\text{m}$ .



Le constructeur automobile s'approvisionne en filtres à particules auprès de 2 fournisseurs en proportion de 40% chez le fournisseur 1 et le reste chez le fournisseur 2.

On effectue au hasard, des tests de pollution sur les voitures. On constate que, dans 97% des cas, le filtre à particules acheté chez le fournisseur 1 respecte les normes européennes.

Bien entendu, ces valeurs ne représentent pas la réalité.

On note :

$F_1$  : l'évènement "le filtre à particules est acheté chez le fournisseur 1"

$F_2$  : l'évènement "le filtre à particules est acheté chez le fournisseur 2"

$N$  : l'évènement "le filtre à particules respecte les normes européennes"

$\bar{N}$  : l'évènement "le filtre à particules ne respecte pas les normes européennes"

*Les résultats seront données sous forme décimale avec trois chiffres après la virgule.*

- On constate que, dans 92% des cas, le filtre à particules acheté chez le fournisseur 2 respecte les normes européennes. Traduire cette donnée en terme de probabilité.
- En déduire la probabilité pour que le filtre à particules soit acheté chez le fournisseur 2 et qu'il respecte les normes européennes.
- Calculer la probabilité pour que le filtre à particules respecte les normes européennes.
- Sachant que le filtre à particules ne respecte pas les normes européennes, calculer la probabilité pour que le filtre provienne du fournisseur 1.

**Bon courage**