

Final MV55 (1h30)

Exercice 1

a) (Espaces euclidiens)

Soit $E = \mathbb{R}^3$ muni du produit scalaire usuel.

1. Donner la matrice de la projection orthogonale sur le plan P d'équation : $2x - 3y + z = 0$.
2. Donner la matrice de la symétrie orthogonale par rapport au plan P d'équation : $x + 3y - z = 0$.
3. Donner la matrice de la projection orthogonale sur la droite d'équation paramétrique : $x = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.
4. Donner la matrice de la symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation paramétrique : $x = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

b) (Espaces affines)

caractériser géométriquement la transformation f définie par :

$$f(M(x, y, z)) = M'(x', y', z') \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} x' = -y + 1 \\ y' = x + 1 \\ z' = z + 1 \end{cases}$$

Exercice 2

Dans le plan affine euclidien, on considère la droite $(O, \vec{u})$ où le vecteur unitaire $\vec{u} = \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ définit sa direction. Soit $I = (-1, 2)$ le centre d'une rotation r d'angle $\theta = \frac{5\pi}{6}$, et soit s la symétrie orthogonale par rapport à cette droite. On note $M = (0, -2)$ un point du plan.

- a) Donner les matrices homogènes S et R représentant respectivement s et r .
- b) Calculer les coordonnées du point $M' = r \circ s(M)$.
- c) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal M'' de M' sur la droite $(O, \vec{u})$.