

Nom	Prénom	Groupe	Signature

Si besoin, les calculs sont à détailler au verso du sujet avec les justifications nécessaires. Reporter les réponses dans les cadres. Une réponse juste non justifiée pourra être comptée comme nulle. Seules les questions dont les réponses exactes apparaissent clairement dans les cadres seront corrigées.

1. Nombres complexes

1. Calculer la partie réelle et la partie imaginaire de nombre complexe suivant :

$$A = \left(\frac{1 + j\sqrt{3}}{1 + j} \right)^{125}$$

2.1. On considère l'équation d'inconnue $z \in \mathbb{C}$

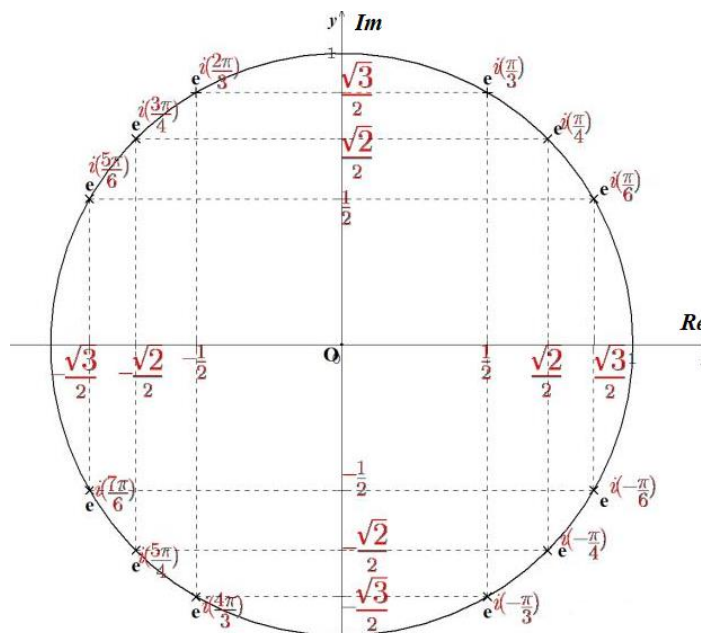
$$z^5 - 1 = 0 \quad (\text{EQ1})$$

Quelles sont les solutions de (EQ1) ? Représenter ces solutions sous forme exponentielle.

2.2. On considère l'équation d'inconnue $z \in \mathbb{C}$

$$1 + z + z^2 + z^3 + z^4 = 0 \quad (\text{EQ2})$$

- a. A l'aide de la première question, donnez les solutions de (EQ2). Représenter ces solutions sur le cercle trigonométriques sur $[0, 2\pi[$.



- b. Résolvez (EQ2) en calculant les parties réelles et imaginaires des solutions à l'aide de racines carrées de nombres réels positifs

Indication : vous pourrez noter que 0 n'est pas solution de (EQ2) et effectuer le changement d'inconnue, on le mettant sous cette forme :

$$w = z + \frac{1}{z}$$

c. Déduisez des deux questions précédentes les valeurs de :

$$\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right), \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right), \cos\left(\frac{\pi}{5}\right), \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right), \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right), \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$$

2. Dérivée partielle

1. Pour chacune des fonctions suivantes :

$$f(x, y) = x^2 - 6xy - 6y^2 + 2x + 24y$$

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - \frac{x^3}{y}$$

$$f(x, y) = e^{2x^2+xy+7x+y^2}$$

a. Calculer :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y), \quad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right), \quad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

1. Calculer la différentielle de la fonction suivante :

$$f(x, y) = \frac{x^2 + xy}{y^2}$$

- a. En utilisant la définition de la différentielle.
- b. En calculant la différentielle d'une fonction composée. (C'est à dire calculer la différentielle de $\left(\frac{u}{v}\right)$ (les variables sont u et v) et appliquer votre résultat à la fonction f .)