

Final automne 2012

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 - 6 points

- 1) Déterminer les racines carrées de $5 + 12i$.
- 2) Déterminer les racines cubiques de $4\sqrt{2}(1 + i)$.
- 3) Déterminer les solutions de l'équation

$$x^2 - x - 3i = 1.$$

Exercice 2 - 6 points

- 1) Trouver toutes les matrices $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ telles que

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 2) trouver deux matrices A et B de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ non nulles telles que le produit

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3) Déterminer la matrice inverse, si elle existe de

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

TOURNER LA PAGE SVP

Exercice 3 - 8 points

I - Équation du premier ordre à variables séparées.

a) Résoudre l'équation différentielle :

$$(E_1) \quad y' = -y^2.$$

b) Sur quels intervalles une solution est-elle définie ?

c) Quelle est la solution vérifiant $y(0) = 1$.

II - Équation différentielle linéaire du premier ordre.
résoudre l'équation

$$(E_2) : y' - 2y = 1 - 2x.$$

III - Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants.

Trouver toutes les solutions de

$$(E_3) \quad y'' + 4y' + 4y = x.$$