

Final automne 2018

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 - 6 points

1) Trouver toutes les matrices $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ telles que

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) trouver deux matrices A et B de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ non nulles telles que le produit

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3) Déterminer la matrice inverse, si elle existe de

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2 - 6 points

1. Rappeler la définition de \arctan et justifier soigneusement la manière dont on obtient sa dérivée.

2. Calculer

$$\int \frac{5x^2 + 1}{(2x - 1)(x^2 + 2)} dx$$

après avoir trouver $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que $\frac{5x^2+1}{(2x-1)(x^2+2)} = \frac{a}{2x-1} + \frac{bx+c}{x^2+2}$.

3. Résoudre l'équation

$$\arctan(2x) = 2 \cdot \arccos\left(\frac{3}{4}\right).$$

TOURNER LA PAGE SVP

Exercice 3 - 8 points**I - Équation du premier ordre à variables séparées.**

a) Résoudre l'équation différentielle :

$$(E_1) \quad y' = -y^2.$$

b) Sur quels intervalles une solution est-elle définie ?

c) Quelle est la solution vérifiant $y(0) = 1$.

II - Équation différentielle linéaire du premier ordre.

résoudre l'équation

$$(E_2) : y' - 2y = 1 - 2x.$$

III - Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants.

Trouver toutes les solutions de

$$(E_3) \quad y'' + 4y' + 4y = x.$$