

Médian

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Chaque exercice doit être rédigé sur une feuille différente

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 - 5 points

1) Déterminer, dans chacun des cas suivants, l'ensemble des points $M \in \mathbb{R}^2$ d'affixe $z \in \mathbb{C}$ qui vérifient :

$$a - |z - 4i + 3| = 5,$$

$$b - \frac{\bar{z}}{z} = 4,$$

$$c - z + \frac{1}{z} \text{ est imaginaire.}$$

2) Linéariser $2 \cdot \cos(x) \cdot \sin^3(x)$ (justifier).

Exercice 2 (NOUVELLE FEUILLE) - 5 points

Représenter graphiquement l'ensemble des points $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ vérifiant

$$|x - 4| + |y - 7| = 1.$$

Justifier avec soin.

Hachurer la partie correspondant à $|x - 4| + |y - 7| > 1$.

Exercice 3 (NOUVELLE FEUILLE) - 10 points

1. Soit f la fonction définie sur $]a; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x-a}$

a) Calculer $f'(x), f''(x), f'''(x)$ et $f^{(iv)}(x)$.

b) Conjecturer l'expression de $f^{(n)}(x)$ pour n appartient à \mathbb{N}^* , puis démontrer-la par récurrence.

2. Soit g la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$.

a) Déterminer les réels p et q tels que, pour tout x de $]1; +\infty[$, $g(x) = \frac{p}{x-1} + \frac{q}{x+1}$.

b) Calculer $g^{(n)}(x)$ pour tout n de \mathbb{N}^* .