

Médian automne 2012

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 - 6 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , soient

$$A = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

1. Déterminer une équation cartésienne et une équation paramétrique de la droite passant par C et parallèle à la droite (AB) .
2. Déterminer le point D tel que $(ABCD)$ est un parallélogramme.
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection E des droites (AC) et (BD) .

Exercice 2 - 7 points

1. Résoudre l'équation

$$\sqrt{12} \cdot \cos(x) - 2 \cdot \sin(x) = \sqrt{8}.$$

2. Résoudre l'équation

$$\cos(2x) + \cos(x) = 0.$$

3. On considère un réel α tel que $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ et $\sin(\alpha) = \frac{1}{3}$. Déterminer

$$\cos(\alpha), \quad \tan(\alpha), \quad \sin(2\alpha).$$

Exercice 3 - 7 points

1. Écrire sous forme algébrique (i.e. $z = a + i.b$) les complexes suivants :

$$z_1 = \frac{1 - 5.i}{2 + 3.i}, \quad z_2 = e^{i \cdot \frac{\pi}{4}}, \quad z_3 = (\sqrt{3} + i \cdot \sqrt{2})^3.$$

2. Écrire sous forme trigonométrique le complexe

$$4 \cdot \sqrt{2} \cdot (1 + i).$$

3. Déterminer les racines cubiques de

$$4 \cdot \sqrt{2} \cdot (1 + i).$$