

Médian automne 2013

Calculatrices interdites. Le seul document autorisé est une feuille A4 recto-verso rédigée à la main

Il sera tenu compte dans la correction de la présentation et de la rédaction correcte des démonstrations.

Exercice 1 - 8 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , soient

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{U} = 5\vec{i} + \vec{j}.$$

1. Déterminer une équation de la droite D' passant par A et B .
2. Déterminer une équation de la droite D passant par C et de vecteur directeur \vec{U} .
3. Déterminer le point d'intersection E des droites D et D' . Justifier soigneusement.
4. Déterminer les coordonnées du point F tel que $(ACEF)$ soit un parallélogramme. Justifier soigneusement.

Exercice 2 - 9 points

1. Trouver **toutes les solutions** de l'équation

$$2. \cos(x) + 2. \sin(x) = \sqrt{6}.$$

2. Trouver **toutes les solutions** de l'équation

$$2. \cos^2(x) + \cos(x) - 1 = 0.$$

3. En utilisant les formules d'addition, calculer la valeur exacte de $\sin(\frac{11\pi}{12})$ et $\cos(\frac{11\pi}{12})$.

Exercice 3 - 8 points

- 1) Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{1+i}{3-i}, \quad z_2 = 3.e^{i \cdot \frac{\pi}{4}}.$$

- 2) Linéariser $\sin^3(x)$ (justifier).

- 3) Déterminer, dans chacun des cas suivants, l'ensemble des points $M \in \mathbb{R}^2$ d'affixe $z \in \mathbb{C}$ qui vérifient :

a - $|z - 4i + 3| = 5$,

b - $z + \frac{1}{z}$ soit imaginaire pur.