Final de Ps11

Sans documents ni calculatrices, d'une durée de 1h30

I) Questions de cours

I.1) Enoncer le principe fondamental de la dynamique, dans le cas d'un système de points $\Sigma = \{P_1, P_2, ..., P_n\}$.

I.2) Après avoir défini le centre de gravité de Σ, montrer que si le système est isolé, le mouvement de ce point est rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen quelconque.

I.3) Pour $\Sigma = \{P_1, P_2\}$ montrer que les actions intérieures $\vec{F}_{12}$ et $\vec{F}_{21}$ sont opposées.

II) Cinématique du point

L'espace est rapporté à un repère $R(O,b(\vec{x},\vec{y},\vec{z}))$, complété par un repère cylindrique $R_c(O,b(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{z}))$. Le mouvement est défini par la donnée du vecteur vitesse, $\vec{V}(P)/R = \vec{e}_r + \vec{e}_\theta$, et du vecteur position à l'instant $t = 0, \overrightarrow{OP}_{(t=0)} = \vec{e}_r(\theta_{(t=0)} = 0)$.

II.1) Montrer que l'expression du vecteur position dans $R_c(O,b(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{z}))$, est donnée par : $\begin{cases} r(t) = t+1 \\ \theta(t) = \ln(t+1) \end{cases}$. Continuer dans tous les cas avec ces expressions.

II.2) déterminer la vitesse tangentielle puis l'accélération tangentielle,

II.3) calculer le vecteur accélération, $\vec{\gamma}(P)/R$,

II.4) en déduire l'expression de l'accélération normale, du rayon de courbure et des vecteurs unitaires de la base de Frenet $(\vec{t},\vec{n},\vec{b})$,

III) Reprise d'un exercice de TD

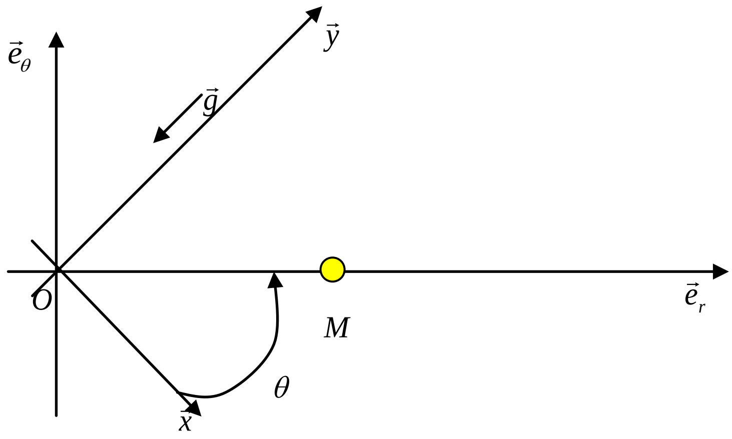
De votre fenêtre, vous voyez tomber un pot de fleur, dont la trajectoire est verticale. Vous estimez qu'il met un dixième de seconde pour passer devant la fenêtre haute de 1,40m.

III.1) Construire un modèle élémentaire, en précisant bien vos hypothèses.

III.2) Quelle est la hauteur de chute, par rapport à la fenêtre, si sa vitesse initiale était nulle ? On prendra $\|\vec{g}\| = 10ms^{-2}$, et les calculs seront simplifiés au maximum, mais non effectués puisque le recours à une calculette n'est pas admis.

Pensez à tourner cette page, ce n'est pas fini ! $\Rightarrow$

IV) <u>Dynamique du point</u>



Le repère $R(O,b(\vec{x},\vec{y},\vec{z}))$ est galiléen.
Un mobile M, se déplace sur une trajectoire rectiligne inclinée, $\vec{g}=-g\vec{y}$.

Pour simplifier la mise en équation, on introduit le repère cylindrique, $R_c(O,b_c(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{z}))$. On paramètre la position de M sur sa trajectoire, par $\overrightarrow{OM}=r(t)\vec{e}_r$, et l'inclinaison par rapport à la verticale par l'angle θ.

Une force motrice $\vec{F}_m=F\vec{e}_r$, assure sa propulsion. F est une constante, donnée du problème. Il est également soumis à l'action de la pesanteur $\vec{F}_{pes}=m\vec{g}=-mg\vec{y}$, de la piste $\vec{F}_p=N_1\vec{e}_\theta+N_2\vec{z}$, ainsi qu'à une force de frottement, $\vec{F}_f=-h\vec{V}(M)/R$.

IV.1) Effectuer un bilan des inconnues et des équations de ce problème.

IV.2**) L'angle θ est constant**

On demande, l'équation du mouvement de M, obtenue par projection de l'équation vectorielle du principe fondamental de la dynamique selon $\vec{e}_r$. En déduire la vitesse limite atteinte asymptotiquement et $r(t)$, en fonction des conditions initiales que vous choisirez.

IV.3**) L'angle θ varie**, selon une loi connue : $\theta(t)=\omega t$, ω est une constante connue.
On demande d'écrire l'équation du mouvement, sans chercher $r(t)$.