

Mardi 27 juin 2011

⌚ : 1 h 30

FINAL PS 11 - P 2011

UTBM

NOM	Prénom	Signature

1. Questions de cours

a. Un mobile peut-il avoir une accélération non nulle à un instant où sa vitesse est nulle ? donner un exemple illustrant la réponse.

- OUI
 NON

b. Un mobile peut-il avoir une accélération de direction variable si sa vitesse conserve toujours la même direction ? justifier.

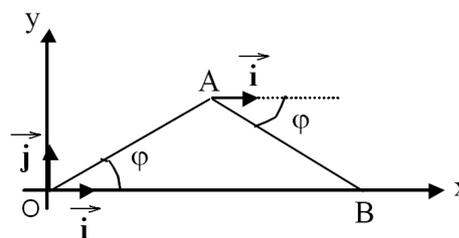
- OUI
 NON

c) Un mobile peut-il avoir une vitesse dont la direction change si son accélération est constante ? justifier.

- OUI
 NON

2. Barres articulées

Soit un système constitué de deux barres identiques OA et AB, chacune de longueur $2b$, articulées en A et assujetties à rester dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) . B glisse sans frottements le long de l'axe Ox et l'angle $\varphi = (\vec{i}, \overrightarrow{OA})$ vérifie $\varphi = \omega t$ avec ω constant.



a. Démontrer que l'angle $(\overrightarrow{AB}, \vec{i})$ est égal à φ (cf. figure).

b. Déterminer les vecteurs \overrightarrow{OA} et \overrightarrow{OB} ; en déduire \overrightarrow{AB} .

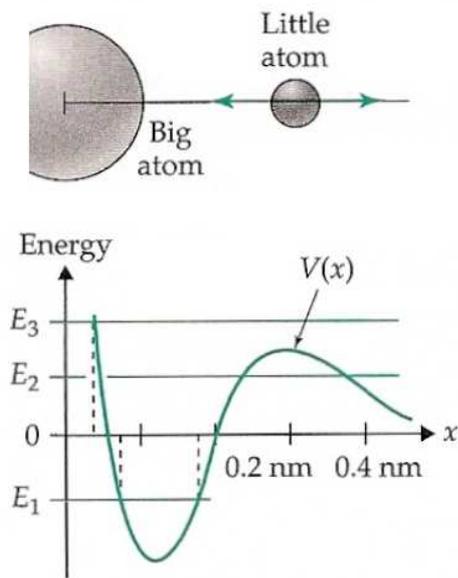
c. Déterminer les coordonnées de M, milieu de AB, en fonction de b , ω et t .

d. Montrer que M décrit une ellipse de centre O.

e. Exprimer le vecteur accélération \vec{a} de M en fonction du vecteur position \overrightarrow{OM} .

3. Énergie potentielle

On a représenté l'énergie potentielle d'origine électrostatique $V(x)$ d'un petit atome en interaction avec un atome plus gros en fonction de x , distance entre leurs centres.



a. Hachurer la (les) partie(s) de l'axe x que le petit atome ne peut pas atteindre lorsque l'énergie mécanique du système a pour valeur E_2 . Justifier brièvement.

b. Existe-t-il des positions d'équilibre ? Justifier et discuter de leur stabilité.

c. L'énergie potentielle d'interaction entre 2 nucléons est donnée par le potentiel de Yukawa soit :

$$E(r) = -B \frac{r_0}{r} e^{-r/r_0}. \text{ En déduire l'expression de la force d'interaction nucléaire, } F(r).$$

4. Profil de vitesse de l'alimentation en tôle d'une presse

Dans une presse industrielle, la tôle à découper est introduite sous forme d'une bande de très grande longueur, livrée en rouleau. Elle est entraînée par un mécanisme à servomoteur, qui fait avancer la tôle d'une distance L à chaque coup de la presse.

Chaque fois que le servomoteur fait avancer la tôle, il impose un profil de vitesse en triangle : la tôle accélère (accélération constante a) jusqu'à une vitesse maximum v_{\max} , puis décélère (accélération constante $-a$) jusqu'à l'arrêt complet.

Entre chaque déplacement, pendant que la presse poinçonne la tôle, le servomoteur maintient la tôle à l'arrêt. Appelons $\Delta t_{\text{arrêt}}$ la durée de ces arrêts.

La presse tourne à une cadence de 180 pièces / minute. Cela signifie que le servomoteur déplace la tôle 180 fois par minute. La distance L vaut 12 cm. La durée de l'arrêt : $\Delta t_{\text{arrêt}} = 180 \text{ ms}$.

a. De combien de temps dispose le servomoteur pour faire avancer la tôle ?

b. Représenter l'allure de la vitesse en fonction du temps (sur 2 périodes) en indiquant les dates caractéristiques sur l'axe des temps.



c. Que vaut la vitesse maximum v_{max} ?

d. Que vaut l'accélération a ?

e. Considérant que la masse de la bande entraînée linéairement vaut $m = 50 \text{ kg}$, représenter sur 2 périodes l'allure de la force nécessaire pour l'entraîner (accélération, freinage, arrêt) en fonction du temps, soit la courbe $F_x(t)$ où $x'x$ est l'axe de la bande, orienté dans le sens du mouvement.



5. Point mobile sur une spirale logarithmique

Un point M, repéré par ses coordonnées polaires (r, θ) , parcourt une spirale logarithmique d'équation polaire $r = r_0 \cdot e^\theta$. La vitesse angulaire $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ reste constante pendant le mouvement.

1. Exprimer la vitesse \vec{v} du point M, en coordonnées polaires.

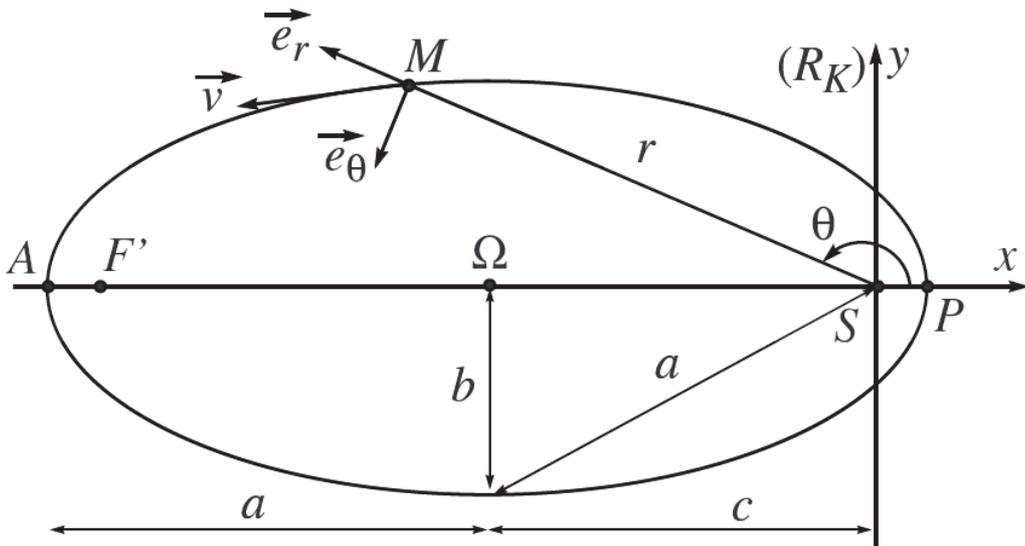
2. En déduire la valeur de l'angle φ entre la vitesse \vec{v} et le vecteur position \overrightarrow{OM} à l'instant t.

3. Quelle est l'expression de l'accélération \vec{a} du point M en coordonnées polaires ? Que remarque-t-on ?

6. Mouvement d'une comète

Dans le référentiel de Kepler R_K (référentiel héliocentrique supposé galiléen), une comète (point M, masse m) décrit une ellipse dont un des foyers est le Soleil (point S).

- a. Pour la position indiquée du point M, représenter sur le schéma ci-dessous la base de Frenet.
- b. Le mouvement de la comète en ce point est-il accéléré, uniforme ou décéléré ? Justifier.



7. Travail d'une force

Une particule se déplaçant dans le plan (xOy) est soumise à une force $\vec{F} = Axy\vec{i} + \left(\frac{A}{2}x^2 + By\right)\vec{j}$.
 Calculer, en fonction des constantes A et B , le travail de cette force lorsque son point d'application se déplace du point $O(0;0)$ au point $A(2;4)$ en suivant une trajectoire d'équation $y = x^2$.