

NOM	Prénom	signature

Si besoin, les calculs sont à détailler au verso du sujet avec les justifications nécessaires. Reporter les réponses dans les cadres. Une réponse juste non justifiée pourra être comptée comme nulle.

On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ pour l'ensemble du devoir.

I. CHUTE LIBRE D'UNE TIGE

Une tige rectiligne AB verticale de longueur $l = 80 \text{ cm}$, lâchée sans vitesse initiale, tombe en chute libre dans le vide. Au cours de sa chute, elle passe par un trou ménagé dans une plaque horizontale d'épaisseur négligeable. Quand l'extrémité inférieure A de la tige atteint le trou, sa vitesse a pour valeur $v = 5,0 \text{ m.s}^{-1}$.

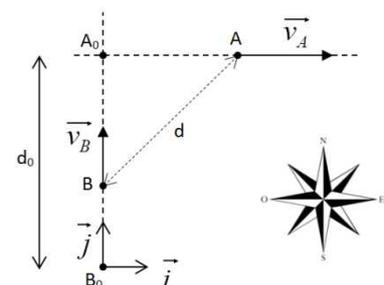
1. À quelle distance h de la plaque le point A se trouvait-il initialement ?

2. Quelle est la valeur v' de la vitesse de la tige lorsque son extrémité B passe par le trou ?

3. Quelle est la durée τ du passage de la tige à travers le trou ?

II. POURSUITE EN MER

Deux navires se trouvent à $t = 0$ sur un même méridien, A étant au nord de B et à une distance d_0 . A se dirige vers l'est à la vitesse constante v_A et B, vers le nord à la vitesse constante v_B . La courbure de la surface terrestre est négligée. L'origine O d'un repère de coordonnées cartésiennes est prise à la position initiale de B.

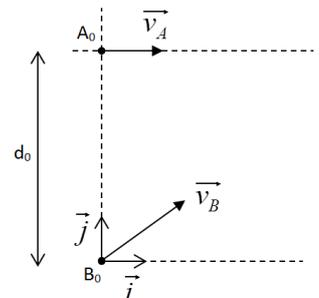


1. Déterminer les vecteurs positions \overrightarrow{OA} et \overrightarrow{OB} en fonction du temps, de d_0 et des vitesses v_A et v_B .

2. Établir l'expression du vecteur \overrightarrow{AB} .

3. Déterminer l'expression de la distance minimale entre A et B.

4. Le navire B veut à présent rejoindre le navire A.
 a. Quelle direction B devrait-il prendre à $t = 0$ pour rattraper A suivant un mouvement rectiligne uniforme ? (exprimer l'angle $\alpha = (\vec{i}, \vec{v}_B)$ en fonction de v_A et v_B).

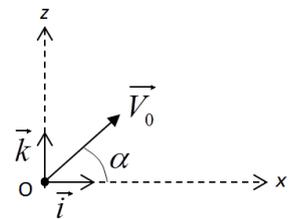


- b. Est-il toujours possible pour B de rejoindre A ou y a-t-il une condition (à préciser) sur les vitesses ?

c. Exprimer la durée Δt de la poursuite dans le cas où B peut rejoindre A.

III. ÉTUDE D'UN TIR

Un projectile assimilé à un point matériel M de masse m est lancé depuis la surface de la Terre avec une vitesse initiale \vec{V}_0 faisant un angle α avec l'horizontale (voir schéma). Le champ de pesanteur \vec{g} est supposé uniforme. L'axe (Oz) est vertical.



A-/ On néglige en première approximation toute action due à l'air.

1. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire de M.

2. En déduire l'expression de la portée horizontale du tir. Faire l'application numérique pour un projectile de 20 kg , $V_0 = 100 \text{ m.s}^{-1}$ et $\alpha = 50^\circ$.

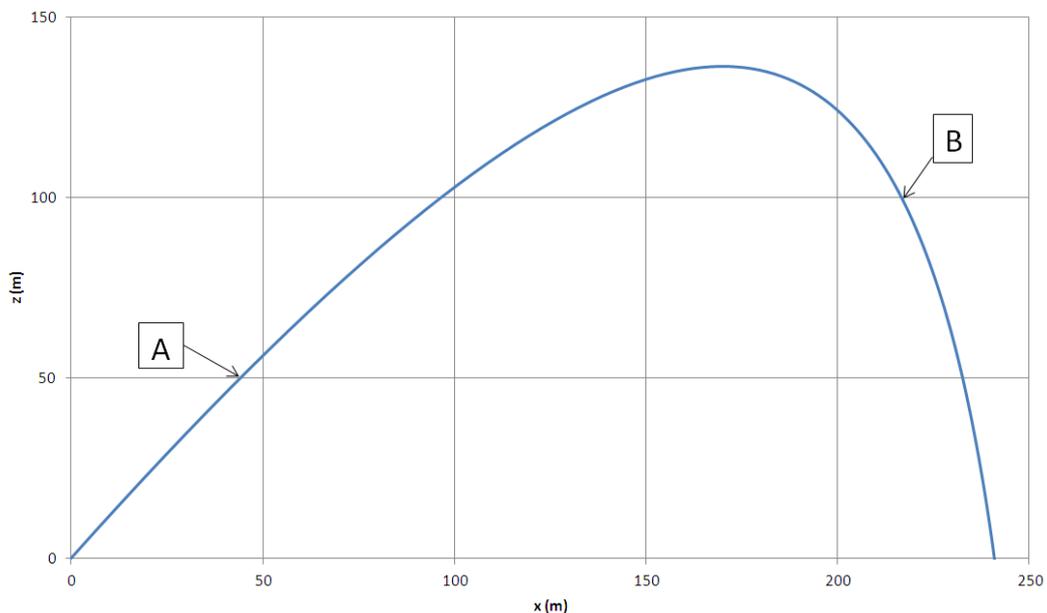
principe du calcul

expression littérale AN :

B-/ On tient compte dans cette partie de la résistance de l'air $\vec{f} = -h\vec{v}$ (h constante positive).

1. Appliquer au projectile la 2^e loi de Newton (PFD) et en déduire les équations différentielles vérifiées par $v_x(t)$ et $v_z(t)$. On ne cherchera pas à les résoudre...

2. La figure ci-dessous représente la trajectoire d'un projectile de masse $m = 20 \text{ kg}$ tiré sous un angle $\alpha = 50^\circ$ avec une vitesse initiale $V_0 = 100 \text{ m.s}^{-1}$ et $h = 5 \text{ uSI}$.



- a. Représenter, sans souci d'échelle pour les normes, le poids et la résistance de l'air aux points A et B.
- b. Calculer le travail du poids entre A et B.

- c. Sachant que la vitesse du projectile juste avant de toucher le sol est de 32 m.s^{-1} , calculer le travail de la résistance de l'air \vec{f} sur l'ensemble du trajet.

IV. ÉTUDE D'UN MOUVEMENT

Le mouvement d'un mobile ponctuel M est décrit par les équations horaires :

$$\begin{cases} x(t) = A \cdot \cos(bt^2 + ct + d) \\ y(t) = A \cdot \sin(bt^2 + ct + d) \end{cases}$$

b, c, d étant des constantes, A une constante positive.

1. Déterminer les coordonnées polaires $r(t)$ et $\theta(t)$ de M.

2. On peut en déduire que le mouvement est : rectiligne circulaire
 parabolique autre

3. Déterminer les composantes radiale v_r et orthoradiale v_θ du vecteur vitesse de M.

4. En déduire la valeur v de la vitesse de M.

5. Déterminer les composantes radiale a_r et orthoradiale a_θ du vecteur accélération de M.

6. À quelle(s) condition(s) ce mouvement serait-il uniforme ? Justifier.