PS19 – P2014 **Final** **⌛ : 90 min**

Mercredi 25 juin 2014 **autorisée - interdits**

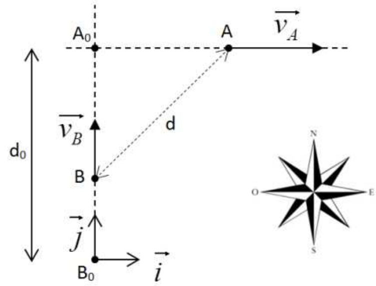
NOM	Prénom	signature

Si besoin, les calculs sont à détailler au verso du sujet avec les justifications nécessaires. Reporter les réponses dans les cadres. Une réponse juste non justifiée pourra être comptée comme nulle.

On prendra $g = 10\, m.s^{-2}$ pour l'ensemble du devoir.

I. POURSUITE EN MER

Deux navires se trouvent à $t = 0$ sur un même méridien, A étant au nord de B et à une distance d_0. A se dirige vers l'est à la vitesse constante v_A et B, vers le nord à la vitesse constante v_B. La courbure de la surface terrestre est négligée. L'origine O d'un repère de coordonnées cartésiennes est prise à la position initiale de B.



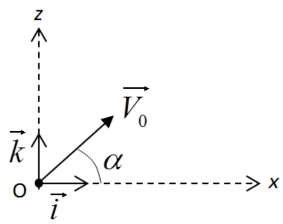
1. Déterminer les vecteurs positions $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ en fonction du temps, de d_0 et des vitesses v_A et v_B.

2. Établir l'expression du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

3. Déterminer l'expression de la distance minimale entre A et B.

II. ÉTUDE D'UN TIR

Un projectile assimilé à un point matériel M de masse m est lancé depuis la surface de la Terre avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale (voir schéma). Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme. L'axe (Oz) est vertical.



A-/ On néglige en première approximation toute action due à l'air.

1. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire de M.

2. En déduire l'expression de la portée horizontale du tir. Faire l'application numérique pour un projectile de $20\ kg$, $V_0 = 100\ m.s^{-1}$ et $\alpha = 50\ °$.

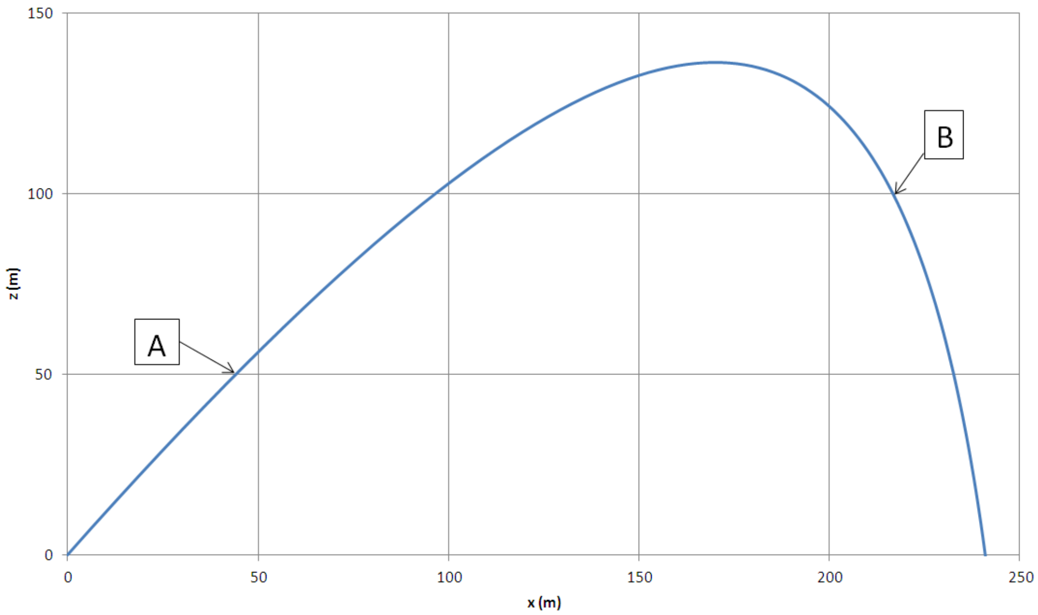
principe du calcul

expression littérale AN :

B-/ On tient compte dans cette partie de la résistance de l'air $\vec{f} = -h.\vec{v}$ (h constante positive).

1. Appliquer au projectile la 2^{e} loi de Newton (PFD) et en déduire les équations différentielles vérifiées par $v_x(t)$ et $v_z(t)$. On ne cherchera pas à les résoudre…

2. La figure ci-dessous représente la trajectoire d'un projectile de masse $m = 20\ kg$ tiré sous un angle $\alpha = 50\,°$ avec une vitesse initiale $V_0 = 100\ m.s^{-1}$ et $h = 5\ uSI$.



   a. Représenter, sans souci d'échelle pour les normes, le poids et la résistance de l'air aux points A et B.
   b. Calculer le travail du poids entre A et B.

   c. Sachant que la vitesse du projectile juste avant de toucher le sol est de $32\ m.s^{-1}$, calculer le travail de la résistance de l'air $\vec{f}$ sur l'ensemble du trajet.

III. ÉTUDE D'UN MOUVEMENT

Le mouvement d'un mobile ponctuel M est décrit par les équations horaires :

$$\begin{cases} x(t) = A.\cos\left(b.t^2 + c.t + d\right) \\ y(t) = A.\sin\left(b.t^2 + c.t + d\right) \end{cases}$$

b, c, d étant des constantes, A une constante positive.

1. Déterminer les coordonnées polaires $r(t)$ et $\theta(t)$ de M.

2. On peut en déduire que le mouvement est : ☐ rectiligne ☐ circulaire ☐ parabolique ☐ autre

3. Déterminer les composantes radiale v_r et orthoradiale v_θ du vecteur vitesse de M.

4. En déduire la valeur v de la vitesse de M.

5. Déterminer les composantes radiale a_r et orthoradiale a_θ du vecteur accélération de M.

6. À quelle(s) condition(s) ce mouvement serait-il uniforme ? Justifier.

IV. Mouvement d'un pendule

Un enfant joue sur une balançoire. L'ensemble est assimilé, pour simplifier, à un pendule simple en considérant que tout se passe comme si la balançoire était une corde unique de longueur $L = 3,0\ m$, de masse négligeable, et que l'enfant avait pour masse ponctuelle $M = 20\ kg$.

1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur l'enfant lors du mouvement. Représenter ces forces sur un schéma, le pendule étant en mouvement à une date *t* quelconque.

2. a. Sous quelle(s) forme(s) se trouve l'énergie de l'oscillateur ainsi défini ?

b. Expliquer ce qui se passe du point de vue énergétique lors des oscillations.

c. On suppose que l'amplitude des oscillations est sensiblement constante et égale à $\alpha_m = 50°$. En appliquant le théorème de la variation de l'énergie cinétique, calculer l'énergie cinétique puis la vitesse de l'enfant au passage par la verticale.

3. On montre que la période propre T_0 des oscillations libres de faible amplitude d'un pendule simple se calcule par la relation : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

a. Vérifier l'homogénéité de cette formule.

b. Calculer la période propre de l'oscillateur étudié.

4. En réalité, on constate que les oscillations sont légèrement amorties.

a. Quelle est l'origine de cet amortissement ?

b. Représenter au dos l'allure des variations de l'élongation angulaire α en fonction du temps pendant quelques pseudo-périodes.

c. Que devient l'énergie perdue ?