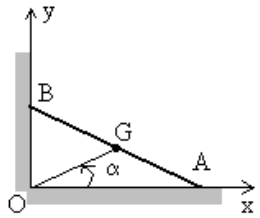
Final

Exercice n° 1



Le référentiel terrestre est supposé galiléen. Une barre *AB*, homogène, de masse *m*, de longueur 2*b* et de centre *G*, milieu de *AB*, est posée sur le sol horizontal et repose contre un mur vertical. Sa position est déterminée par l'angle $\alpha = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OG})$.Les contacts en *A* et en *B* sont supposés sans frottement (ce qui se traduit aussi par la conservation de l'énergie mécanique). On suppose qu'à l'instant initial, la barre est immobile avec une inclinaison α_0

1. Représenter les forces : Poids (P), Réaction en A (R_A) et réaction en B (R_B) sur le schéma. Donner les composantes de ces forces dans le repère (Oxy).
2. Déterminer l'énergie potentielle de la barre en fonction de m, g b et α. On choisira la constante d'intégration nulle.
3. Donner les composantes du vecteur position $\overrightarrow{OG}$, du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$ et du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ dans le repère (Oxy).
4. Donner l'expression de v_G en fonction de b et $\dot{\alpha}$. Sachant que l'énergie cinétique s'écrit $Ec=\frac{1}{2} m V_G^2 + \frac{1}{6} m b^2 \dot{\alpha}^2$, montrer alors que $Ec = \frac{2}{3} m b^2 \dot{\alpha}^2$.
5. Donner l'expression générale de l'énergie mécanique et celle à t = 0.
6. Donner alors l'expression de $\dot{\alpha}$ en fonction de g, b, α et α_0. En déduire celle de $\ddot{\alpha}$ en fonction de g, b, α.
7. Appliquer la relation fondamentale de la dynamique et donner l'expression des composantes de la dérivée du vecteur vitesse de G sur x et sur y.
8. Montrer que la réaction $\overrightarrow{R_B}$ du mur sur la barre a pour intensité : $R_B = \frac{3}{2} m g \cos\alpha \left[\frac{3}{2}\sin\alpha - \sin\alpha_0\right]$
9. En déduire pour quelle inclinaison α_1 la barre quitte le mur.

Exercice n° 2

La force qui s'exerce sur une masse m placée en M a pour expression : $\vec{F} = \overrightarrow{F(r)} = -k\frac{m}{r^3}\overrightarrow{u_r}$, avec $\overrightarrow{OM} = r\,\overrightarrow{u_r}$ et k une constante positive .

1. Représenter sur un même schéma les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{OM}$.
2. Donner les unités et les dimensions de k.
3. Calculer l'énergie potentielle U(r). (On choisira $U(\infty) = 0$)
4. On admet que la masse m située en M est lancée avec une vitesse initiale non nulle v_0 au temps t=0 à la distance r_0 de l'origine O. On posera $\alpha_0 = (\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{v_0})$. Calculer l'énergie totale E. Cette énergie est-elle conservée ?
5. Déterminer le moment cinétique initial $\overrightarrow{L_0}$ de la masse m par rapport à O. Quelle est la variation de ce moment cinétique au cours du temps ? Est-ce une constante du mouvement ?