Année universitaire 2016-2017
PS20 – Mécanique du point
Final
Lundi 16 janvier 2017

Durée : 2h00 Aucun document admis Explications nécessaires Bien référencer les feuilles	NOM : _____ Prénom : _____

/30

(5)

I. Cours (5 points) : bonne réponse 1 point – mauvaise réponse -0,5 point

a) 1 N est aussi égale à :

- ☐ $1\ kg.m^{-1}.s^{-2}$
- ☐ $1\ kg.m.s^{-1}$
- ☐ $1\ kg.m.s^{-2}$
- ☐ $1\ kg.m.s$

b) La force d'interaction gravitationnelle d'une masse ponctuelle M sur une autre masse ponctuelle m vaut :

- ☐ $\vec{F} = -G\frac{mM}{r^2}\vec{u}$
- ☐ $\vec{F} = -G\frac{m}{r^2}\vec{u}$
- ☐ $\vec{F} = -\frac{G}{r^2}\vec{u}$
- ☐ $\vec{F} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}$

c) Théorème du moment cinétique :

- ☐ $\overrightarrow{L_O}(M) = \sum \overrightarrow{M_O}(\overrightarrow{F_{ext}})$
- ☐ $\frac{d\overrightarrow{L_O}(M)}{dt} = \sum \frac{d\overrightarrow{M_O}(\overrightarrow{F_{ext}})}{dt}$
- ☐ $\frac{d\overrightarrow{L_O}(M)}{dt} = \frac{d\overrightarrow{M_O}(\overrightarrow{F_{ext}})}{dt}$
- ☐ $\frac{d\overrightarrow{L_O}(M)}{dt} = \sum \overrightarrow{M_O}(\overrightarrow{F_{ext}})$

d) La force de frottement visqueuse vaut :

- ☐ $\vec{F} = -\lambda\,\vec{v}$
- ☐ $\vec{F} = -\lambda\,\overrightarrow{OM}$
- ☐ $\vec{F} = -\lambda\,\overrightarrow{Rn}$
- ☐ $\vec{F} = -\lambda\,\frac{d\vec{v}}{dt}$

e) Enoncer la première loi de Newton :

_____

_____

(4)

II. Dynamique

Exercice 1 (t)

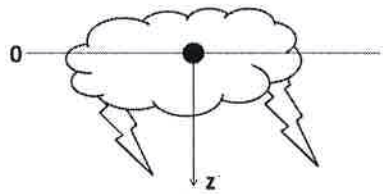
La vitesse d'un grêlon varie, en fonction de la masse du grêlon, entre vs = 15 et 100 km·h^{-1}. On modélise le grêlon par une sphère de glace (densité de la glace: ρ_{glace} = 917 kg·m^3) de rayon R = 5 mm qui chute sans frottement d'air d'un nuage situé à une altitude h = 1500 m. On prendra g = 9,81 m·s^{-2}. On prendra un axe Oz descendant tel qu'à t = 0 : z = 0 et v = 0.

2 **1)** Déterminer v = f(t) puis z = f(t).

2) Calculer t_c la durée de la chute

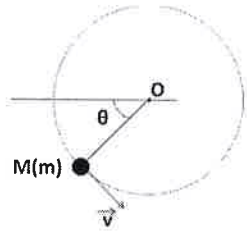
0,5 **3)** En déduire vs.

0,5 **4)** Conclure sur la validité du modèle.



Exercice 2 (t)

Un homme fait tourner une balle (point matériel M de masse m=100 g) attachée à un fil de longueur R=OM=1 m et de masse négligeable. La trajectoire de la balle est un cercle de centre O et de rayon R dans le plan vertical $(\vec{e_x},\vec{e_z})$. On néglige les frottements de l'air.

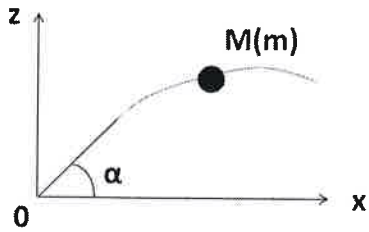


1) Déterminer l'expression de la tension du fil en choisissant le repère le plus approprié.

2) Déterminer la vitesse minimum que doit avoir la balle en position la plus haute pour pouvoir enchainer les rotations (le fil doit donc être toujours en tension).

Exercice 3 (ttt)

Un obus sphérique de masse m assimilé à un point matériel M est lancé dans l'air avec une vitesse v_0 depuis un point O origine du repère galiléen $R(O,\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$. La vitesse $\vec{v_0}$ fait un angle α avec l'horizontal (Ox). Le champ de pesanteur est supposé uniforme. On néglige tout frottement.



1) Déterminer l'équation de la trajectoire z=f(t).

2) En déduire z=f(x) en remplaçant t.

3) Déterminer la flèche de la trajectoire (altitude max).

4) Déterminer la portée D (distance entre O et le point de chute).

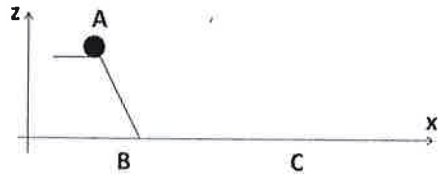
5) Quel est l'angle α pour avoir une portée maximale ?

Données : g = 9,81 m.s^{-2}; v_0 = 30 m.s^{-1}; m = 1 kg

III. Energétique

Exercice 4 (tt)

Un esquimau s'élance d'un point A, situé à une hauteur h = 200 m au-dessus de B, sans vitesse initiale. Il aimerait atteindre un point C situé à d = 1,9 km du point B (BC horizontal). La masse totale du traîneau et de l'esquimau est de 200 kg et le traîneau glisse sans frottement sur la pente AB. A partir de B des frottements de glissement de coefficient μ_C = 0,1 interviennent.



1) Exprimer la vitesse à son arrivée en B.

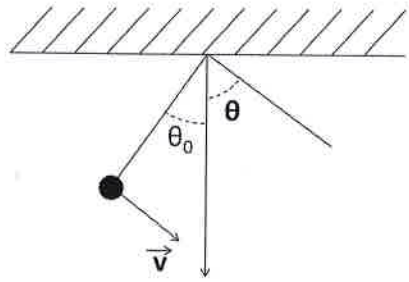
2) Calculer la distance d'arrêt d. L'esquimau va-t-il atteindre son objectif ?

Exercice 5 (ttt)

On considère un pendule simple composé d'un fil inextensible de masse négligeable de longueur l=OM, suspendu en O, au bout duquel est suspendue une masse m assimilée à un point matériel M(m). On écarte M d'un angle θ_0 et on le lâche sans vitesse initiale à t=0. On va travailler dans un repère galiléen $R(O,\vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{e_z})$. On néglige les frottements et l'accélération de pesanteur est constante.

1) Déterminer l'équation différentielle du mouvement :

$$l\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0$$



a) avec le théorème des puissances cinétiques

b) avec la deuxième loi de Newton

2) Quelle sera la vitesse au passage à la verticale.

Formule si besoin :

$$\vec{a} = \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\vec{e_r} + \left[2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]\vec{e_\theta}, + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{e_z}$$