

Durée : 1h30
Explications nécessaires

NOM : _____

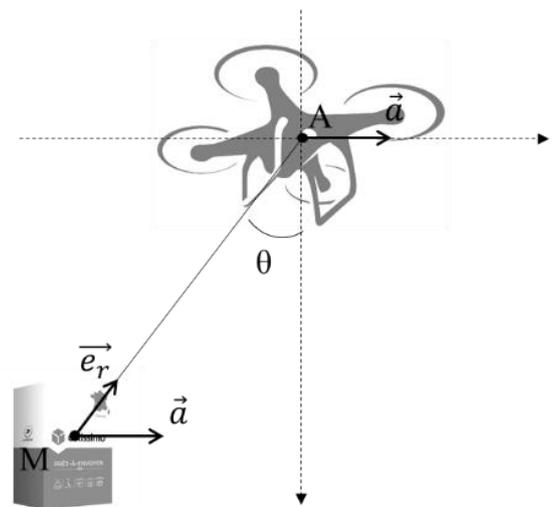
Prénom : _____

Données : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $\vec{a} = [\ddot{r} - r\dot{\theta}^2]\vec{e}_r + [2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}]\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$; $v = r\dot{\theta}$

Partie 1 – Dynamique (10 points : 6+4)

I – Un drone convoie un colis assimilé à un objet ponctuel M de masse m. Celui-ci est attaché au moyen d'un câble de masse négligeable et de longueur $L = AM$ et incliné d'un angle constant θ . Le vol s'effectue à l'horizontal et à accélération constante a.

- 1) Exprimer le vecteur accélération dans le repère polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$
- 2) Déterminer alors θ en fonction de a et g à partir des forces agissant sur le colis.
- 3) Déterminer la tension du fil T en fonction de θ , m et g.

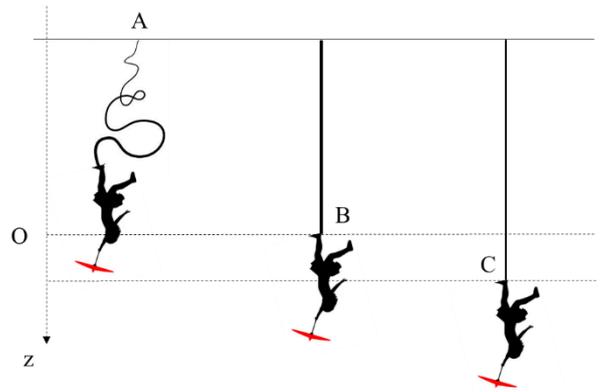


II – Une jeune fille joue au funambule sur une corde tendue. On la considère comme un point matériel M de masse $m = 40 \text{ kg}$. Une bourrasque de vent la fait tomber mais heureusement un élastique la relie de son pied au câble. Sa chute se décompose en 2 périodes :

- Chute libre de $AB = 30 \text{ m}$ l'élastique n'étant pas encore tendue ;
- Etirement de l'élastique qui est alors assimilable à un ressort de longueur à vide $l_0 = 10 \text{ m}$, de raideur $k = 100 \text{ N/m}$ et de masse négligeable.

1) Déterminer sa vitesse en B à la fin de la chute libre.

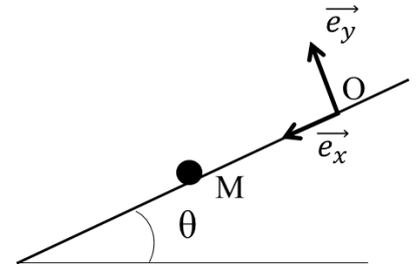
2) Déterminer l'équation différentielle du mouvement en fonction de z sous l'action de l'élastique en C.



Partie 2 – Energétique (10 points :2+4+4)

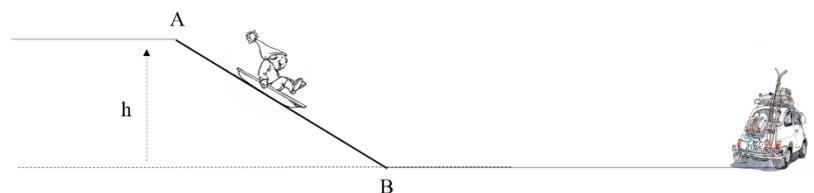
III – Un point matériel M glisse sans force de frottement sur une pente faisant un angle θ avec l'horizontale. Au départ, il initie son mouvement sans vitesse initiale. Puis son déplacement vaut $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e}_x$.

1) A partir du théorème de la puissance cinétique, déterminer l'équation différentielle du mouvement.



IV – Suite aux chutes de neige, le petit Paul de 40 kg veut tester sa nouvelle luge au ballon d'alsace. Il grimpe au sommet de la piste verte la petite gentiane. Il souhaite alors avoir un élan suffisant pour retourner à la voiture de son père sans avoir à marcher. Il s'élance du sommet A de la pente situé à $h = 50$ m d'altitude comparée à la voiture, sans vitesse initiale. La piste étant damée, il n'y a pas de frottement. Il arrive en B sur le plat qui est recouvert de poudreuse fraiche. Un frottement s'exerce alors de coefficient $\mu_c = 0,1$.

- 1) Exprimer la vitesse de Paul en arrivant en bas de la piste en B.
- 2) Sachant que sur le plat la voiture est à une distance de 600 m de B, y arrivera t'il ?



V – Le petit Renaud souhaite inventer un sport s’inspirant du saut à la perche. Tout pareil sauf qu’on s’élanche en balançoire. Du sommet de son échelle, il prend de l’élan et s’élanche avec une vitesse horizontale v_0 de 8 m/s. La longueur du cordage vaut 10 m.

- 1) Le système est-il conservatif ?
- 2) Exprimer l’énergie mécanique à l’impulsion de l’échelle en considérant cette hauteur comme $z=0$.
- 3) Exprimer l’énergie mécanique de façon générale en fonction de θ lors du balancier.
- 4) Le système étudié étant conservatif, déterminer l’angle maximal que peut prendre θ .

