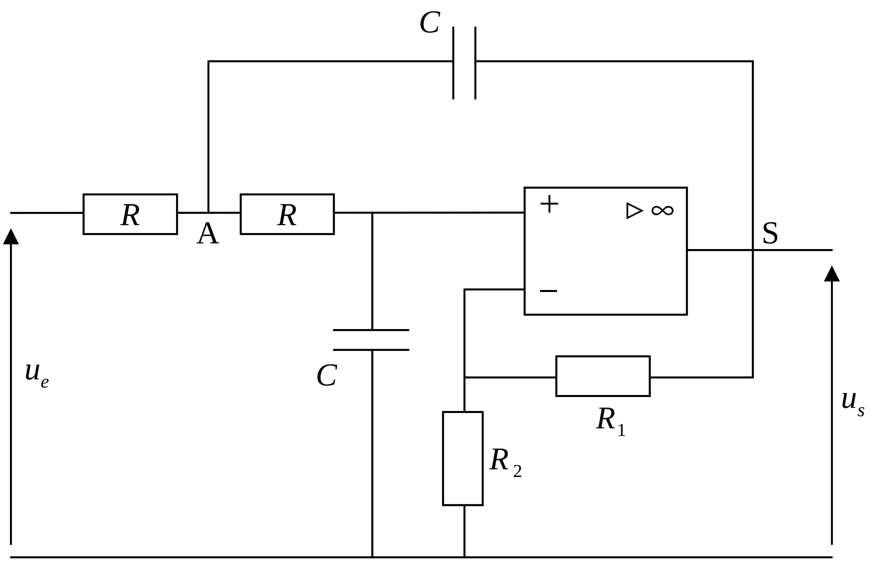
Mercredi 13 janvier 2010 | NOM ____________________

PS22 – Examen final | Prénom ____________________

⌛ : 1 h 30 – 🖩 autorisée | Signature ____________________

I. Filtre de Bessel

On considère le montage suivant :



1. Comportement asymptotique

a) Comment se comporte un condensateur à très basse fréquence (et donc en régime continu) ?

b) Simplifier le circuit précédent pour les basses fréquences et en déduire $u_{s,\,BF} = \lim\limits_{f \to 0} u_s(t)$.

c) Comment se comporte un condensateur à très haute fréquence ?

d) Simplifier le circuit précédent pour les hautes fréquences et en déduire $u_{s,\,HF}$.

e) Quelle semble être la nature de ce filtre ?

2. Fonction de transfert

a) Établir l'expression du potentiel $\underline{V_-}$ de l'entrée inverseuse E_- de l'AOp. en fonction de $\underline{u_s}$. Justifier en rappelant quelle propriété (n'en citer qu'une seule ici) de l'amplificateur opérationnel idéal est utilisée ici.

b) Justifier clairement qu'on puisse écrire $\underline{V_+} = \dfrac{\underline{V_A}}{1 + jRC\omega}$ (loi utilisée, détails du calcul…).

c) Exprimer $\underline{V_A}$ en fonction de $\underline{u_e}$, $\underline{u_s}$ et des paramètres du circuit ; on pourra utiliser le théorème de Millman.

d) Que peut-on déduire du fait que l'AOp. soit idéal et en régime de fonctionnement linéaire ?

e) Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega RC(3-K) + R^2C^2(j\omega)^2} \ ;$$

préciser l'expression de la constante K en fonction de R_1 et R_2 .

f) Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 du filtre en fonction des paramètres du circuit. Faire l'application numérique.

g) En déduire la valeur de la fréquence propre du filtre.

3. Étude du gain en tension

a) Établir l'expression du gain en décibels G_{dB} en fonction de $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

b) Donner l'expression de $G_{dB,\,BF} = \lim\limits_{x \to 0} G_{dB}$.

c) Donner l'expression de $G_{dB,\,HF} = \lim\limits_{x \to \infty} G_{dB}$.

d) Pour préciser le tracé qui suivra, calculer $G_{dB}(x=1)$.

e) Représenter les asymptotes et le diagramme de gain dans le repère $(G_{dB}, \log x)$ fourni en annexe.

f) De quel type de filtre s'agit-il ?

g) Quel est l'ordre de ce filtre ?

4. Étude de la phase

a) Établir l'expression du déphasage φ introduit par ce filtre entre le signal d'entrée et le signal de sortie en régime sinusoïdal permanent.

b) Représenter le diagramme de phase $\varphi(\log x)$ dans le repère fourni en annexe.

5. Réponse indicielle

a) Exprimer la fonction de transfert opérationnelle $H(p)$ du filtre en fonction de p et ω_0 .

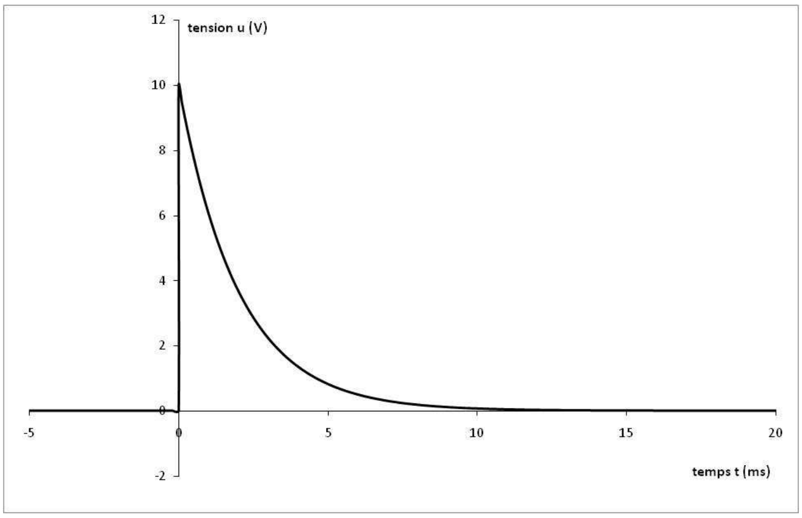
b) En déduire l'expression de la réponse $u_s(t)$ du filtre à un échelon d'amplitude E.

Données : $K = 2$; $R = 82\ k\Omega$; $C = 100\ pF$.

II. Transformées de Laplace

Cet exercice est à résoudre sans passer par le calcul de l'intégrale définissant la transformée de Laplace d'une fonction.

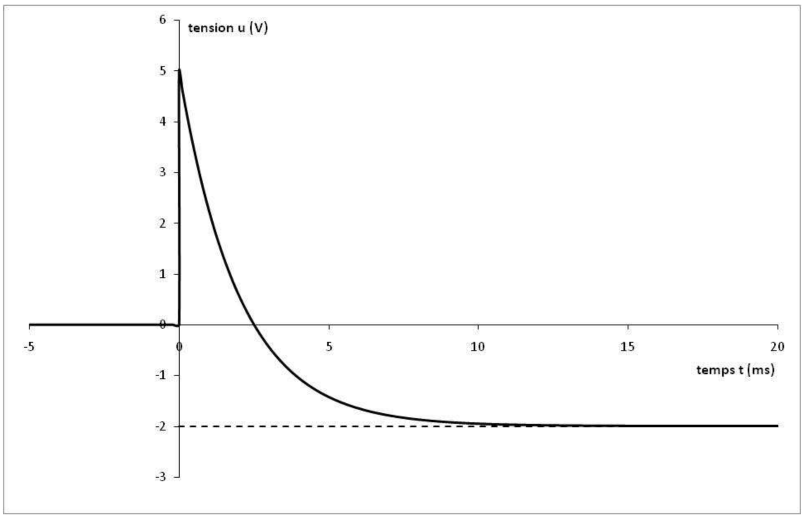
a) Quelle est l'expression de la transformée de Laplace du signal ci-dessous ?



Note : pour $t > 0$ le signal s'écrit $u(t) = 10.e^{-t/2}$, t en *ms*.

b) Vérifier les théorèmes aux limites.

c) Mêmes questions pour le signal ci-dessous (ayant la même constante de temps pour la partie $t > 0$ que précédemment) :



ANNEXES

On rappelle que selon le type de filtre on a $\omega_0 = \frac{a}{b}$ ou $\omega_0 = \sqrt{\frac{a}{c}}$.

Tables des transformées de Laplace : voir ci-après.