

Exercice 1 — Rails de Laplace verticaux (7p)

On considère deux rails conducteurs fixes, constitués de deux tiges verticales parallèles, distantes de l . Une tige conductrice horizontale MM' , de masse m , peut glisser sans frottement le long de ces rails grâce à deux contacts glissants en M et M' .

Le repère est défini de sorte que :

- l'axe Ox est parallèle aux tiges verticales,
- l'axe Oy est parallèle à la tige MM' .

On néglige :

- les résistances électriques de la tige MM' et des rails,
- le champ magnétique propre produit par les courants induits.

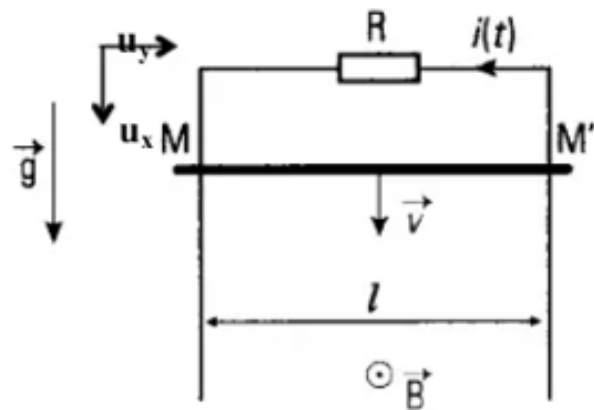


Figure 1

On applique un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B}$, orthogonal au plan du circuit formé par les rails et la tige MM' , dirigé suivant $\vec{u}_z$.

On note l'accélération de la pesanteur :

$$\vec{g} = g \vec{u}_x.$$

Les extrémités supérieures des rails sont reliées à un résistor de résistance R .

La tige MM' est abandonnée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

Travail demandé

1. Étudier qualitativement l'évolution du système.

On note :

- $v(t)$ la norme de la vitesse de la tige,
- $i(t)$ l'intensité du courant circulant dans le circuit à l'instant t .

2. Déterminer la **force électromotrice induite** e dans la tige MM' .
3. En déduire l'**équation électrique** du circuit.
4. Établir l'**équation mécanique** du système.
5. En déduire :
 1. L'équation différentielle vérifiée par $i(t)$,
 2. puis celle vérifiée par $v(t)$.
6. Montrer que $i(t)$ et $v(t)$ **tendent vers une valeur limite**, que l'on précisera.
7. Déterminer la **puissance des forces de Laplace** et l'exprimer en fonction de $i(t)$.
Conclure sur la **conversion électromagnétique d'énergie**.

Exercice 2 : Inductance de lissage d'un convertisseur DC/DC (7p)

Le circuit magnétique et le bobinage est représenté dans la figure 2. Les dimensions du circuit magnétique sont :

- Section transversale $A_c = 1.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
- Longueur moyenne du circuit ferromagnétique $l_c = 0.6 \text{ m}$
- Nombre de spires de la bobine : $N = 100$ tours
- on considère que la perméabilité relative du matériau ferromagnétique est $\mu_r = 1500$

On considère que le champ magnétique $\vec{B}$ est uniforme dans l'entrefer et qu'il n'y a pas de dispersion des lignes de champ dans l'entrefer. On néglige tout champ magnétique de fuite.

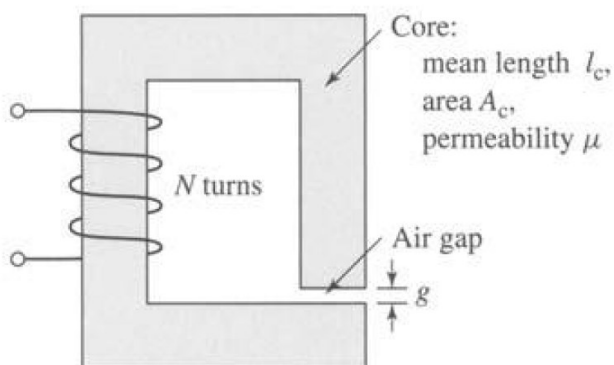


Figure 2

2.1) on considère que l'épaisseur de l'entrefer $g = 2.3 \text{ (mm)}$ et un courant $I_1 = 1.5 \text{ (A)}$ traversant la bobine,

- a) Calculer la réluctance du circuit ferromagnétique R_c et la réluctance de l'entrefer R_g .
- (b) Calculer le flux magnétique dans le circuit magnétique, ϕ_{sp2} , ainsi que le flux magnétique dans la bobine, ϕ_2 .
- (c) calculer l'induction magnétique dans le circuit ferromagnétique, B_{Fe} .
- (c) calculer l'inductance propre L_2 de la bobine.
- (d) calculer la quantité de d'énergie magnétique, W_{m2} , stocké par le système pour le courant $I_1=1.5$ (A).
- (e) quel sera le nombre de spires de la bobine, pour obtenir une inductance $L_{21}=14$ (mH)

2.2) Dans ce deuxième cas d'étude, on considère l'entrefer à une valeur nulle $g=0$ (mm). Toujours pour $N=100$ tours et un courant $I_1=1.5$ (A) traversant la bobine,

- (a) calculer l'induction magnétique dans le circuit ferromagnétique, B_{Fe} .
- (b) calculer l'inductance propre L_2 de la bobine.

3. Sujet Théorique (6p):

Présentez les quatre equations de Maxwell dans un milieu non ferromagnétique (**perméabilité magnétique** égale à celle du vide et **permittivité électrique** égale à celle du vide). Les densités de charges électriques et les courants doivent être pris en compte.

Pour chaque loi, vous devrez :

- Énoncer la forme intégrale
- Représenter la forme intégrale à l'aide d'un schéma
- Écrire la forme locale (différentielle)
- Donner la signification physique de chaque
- Rédiger une courte démonstration de la forme locale, à partir de la forme intégrale.

Annexe :

la valeur de la perméabilité du vide, $\mu_0 = 12.56 \cdot 10^{-7} \text{ (T m/A)}$

Rappels calcul vectoriel :

■ Théorème de Green - Ostrogradski :
$$\oint_{(\Sigma)} \vec{a} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \text{div}(\vec{a}) d\tau$$

■ Le flux d'un champ vectoriel $\vec{a}$ à travers une surface fermée (Σ) est égal à l'intégrale de sa divergence étendue au volume V délimité par (Σ) .

■ Théorème de Stokes :
$$\oint_{(\Gamma)} \vec{a} \cdot d\vec{M} = \iint_{(S)} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{a}) \cdot d\vec{S}$$

■ La circulation d'un champ vectoriel $\vec{a}$ le long d'une courbe fermée (Γ) orientée est égale au flux de son rotationnel sortant d'une surface (S) qui s'appuie sur (Γ) .

Quelques solutions d'équations différentielles de 1-er ordre

Équations	Solutions
$y' - y = 0$	$f(x) = k \cdot e^x$
$y' - ay = 0$	$f(x) = k \cdot e^{a \cdot x}$
$y' - ay - b = 0$	$f(x) = k \cdot e^{a \cdot x} - \frac{b}{a}$