

Examen Médian « Médian » : PS26 – P2025
Durée : 2 heures.
Documents : non autorisés

Electrostatique et Magnétostatique

Questions du cours (4p):

A) **Enoncez et illustrez le théorème d'Ampère**

B) **Répondez avec vrai ou faux aux questions suivantes :**

Q1 : Contrairement à celles du champ électrostatique, les lignes du champ magnétostatique ne peuvent diverger à partir d'un point ou converger vers ce point.

Q2 : Le champ magnétostatique est orthogonal à un plan de symétrie des courants.

Q3 : On utilise les invariances de la distribution (de charges ou de courants) de la même manière pour le champ électrostatique et pour le champ magnétostatique.

Q4 : Le flux du champ magnétostatique au travers d'une surface fermée est toujours nul.

Q5 : La circulation du champ magnétostatique le long d'un contour fermé est toujours nulle.

Exercice 1 : Etude du champ et du potentiel électrostatiques produits par une aiguille (8p)

Mouvement d'une goutte d'eau autour d'une aiguille

En 2012, l'astronaute américain Don Pettit réalise à bord de l'ISS l'expérience suivante : il frotte une aiguille à tricoter en nylon avec une feuille de papier, ce qui a pour effet de charger **l'aiguille supposée infiniment fine avec une densité linéique de charge $\lambda < 0$ considérée constante et uniforme.**

Dans le même temps, il crée au voisinage de l'aiguille une goutte d'eau de masse m et de rayon $R \approx 2\text{mm}$ à laquelle il donne une charge $q > 0$. Il constate que la goutte se met en orbite autour de l'aiguille, avec une pseudo-période de l'ordre de 3 s à une distance de l'aiguille de l'ordre de 1 cm. Le mouvement dure jusqu'à ce que la goutte s'écrase sur l'aiguille.

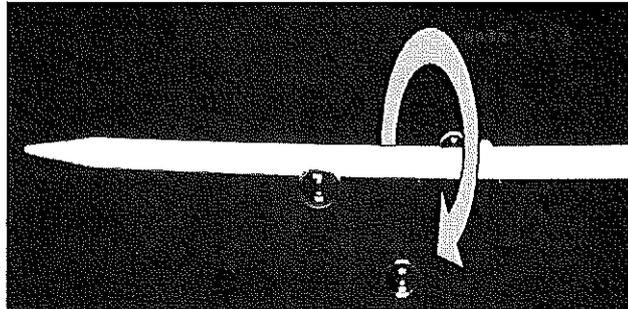


Figure 1 – Expérience de D. Petit. La flèche grisée indique une rotation de la goutte autour de l'axe de l'aiguille.

Pour décrire cette situation, on se place dans un repère orthonormé muni des coordonnées cylindriques $(0, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$, l'axe Oz étant confondu avec l'axe de l'aiguille. La position de la goutte supposée ponctuelle, est repérée à tout instant par le point $M(r, \theta, z)$.

1. En assimilant l'aiguille à un fil infini, établir l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ produit par l'aiguille en fonction de λ, ϵ_0 et r .
2. En déduire, à une constante additive près, le potentiel électrostatique $V(M)$ produit par l'aiguille.

(Pour la question 2., on considère connu un potentiel de référence $V = V_0$, pour $r = r_0, \epsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$)

En coordonnées cylindriques, l'opérateur gradient appliqué à une fonction scalaire g s'écrit

$$\overrightarrow{\text{grad}}g = \frac{\partial g}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial g}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial g}{\partial z} \vec{e}_z$$

Exercice 2 : Champ magnétique dans un cylindre (8p)

Quatre spires conductrices rectangulaires identiques sont enroulées autour d'un cylindre de rayon R et de hauteur $2H$, de façon à ce que chaque spire occupe un plan diamétral du cylindre et forment un angle de 45° degrés entre elles.

On souhaite calculer le champ magnétique au centre du cylindre lorsque les 4 spires sont parcourues par un courant I .

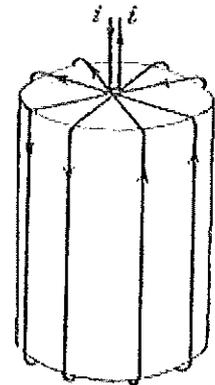


Fig. 82

Partie 1 : Calcul du champ créé par une spire rectangulaire

1. On prend P un point sur la spire et M le milieu de la spire. Donner les coordonnées de M et de P , ainsi que l'intervalle de définition de chaque coordonnée.
2. Enoncer la loi de Biot-Savart et donner l'expression des vecteurs $d\vec{l}$ et \overrightarrow{PM} pour chaque segment de la spire.

3. Montrer que $\int \frac{dz}{(R^2+z^2)^{3/2}} = \frac{z}{R^2\sqrt{R^2+z^2}} + C$

4. Retrouver que le champ magnétique au centre de la spire vaut $B_s = \frac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{H^2+R^2}} \left(\frac{H}{R} + \frac{R}{H} \right)$

Partie 2 : Calcul du champ au milieu du cylindre

5. Donner tous les plans de symétries et d'antisymétrie des courants dans le problème.
Faire un schéma du problème en orientant astucieusement les axes.
6. Calculer la norme de B au centre du cylindre et préciser son orientation.

