

Question (QCM – Vrai / Faux)

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est **Vraie (V)** ou **Fausse (F)**.

Toute réponse doit être justifiée en une phrase (raisonnement physique ou loi invoquée).

Une justification absente ou incorrecte annule le point correspondant.

1. ☐ V ☐ F

En présence d'un champ magnétique, la composante magnétique de la force de Lorentz provoque la mise en mouvement des particules chargées.

Justification :

2. ☐ V ☐ F

Contrairement à celles du champ électrostatique, les lignes du champ magnétostatique ne peuvent diverger à partir d'un point ni converger vers ce point.

Justification :

3. ☐ V ☐ F

Il n'existe pas de surfaces équipotentielles pour le champ magnétostatique.

Justification :

4. ☐ V ☐ F

Le champ magnétostatique est orthogonal à un plan de symétrie de la distribution des courants.

Justification :

5. ☐ V ☐ F

On utilise les invariances de la distribution (de charges ou de courants) de la même manière pour le champ électrostatique et pour le champ magnétostatique.

Justification :

6. ☐ V ☐ F

Le flux du champ magnétostatique au travers d'une surface fermée est toujours nul.

Justification :

7. ☐ V ☐ F

La circulation du champ magnétostatique le long d'une courbe fermée est toujours nulle.

Justification :

Barème

- 1 point par question :
 - 0,25 pt : bonne réponse (V/F)
 - 0,25 pt : justification correcte
- **Total : 3.5 points**

Un signal qui se propage dans un câble coaxial peut subir plusieurs modifications. Il peut être déformé (milieu dispersif), atténué (milieu dissipatif). Il peut aussi subir des réflexions au niveau des connexions.

Ce sujet aborde la modélisation du câble coaxial et les phénomènes de réflexion d'ondes lorsque le câble est connecté sur une charge.

Un câble coaxial est formé de deux très bons conducteurs, de même longueur l , l'un entourant l'autre. L'un est un conducteur massif de rayon R_1 , appelé l'âme du conducteur. L'autre est un conducteur cylindrique creux de rayon intérieur R_2 et de rayon extérieur R_3 , appelé la gaine du conducteur. L'espace inter-conducteur comporte un isolant.

On a : $R_1 = 0,25$ mm, $R_2 = 1,25$ mm et $l = 100$ m.

I] Modélisation :

Dans la mesure où les champs électromagnétiques ne pénètrent pas dans les conducteurs parfaits, on assimilera le câble coaxial à deux surfaces parfaitement conductrices, cylindriques, coaxiales. Le conducteur (1) a un rayon R_1 , le conducteur (2) a un rayon R_2 (figure 1). Ces deux conducteurs ont même longueur l . Vu que $l \gg R_2$, on négligera les effets de bord. L'espace entre les conducteurs sera assimilé au vide sauf explicitation contraire.

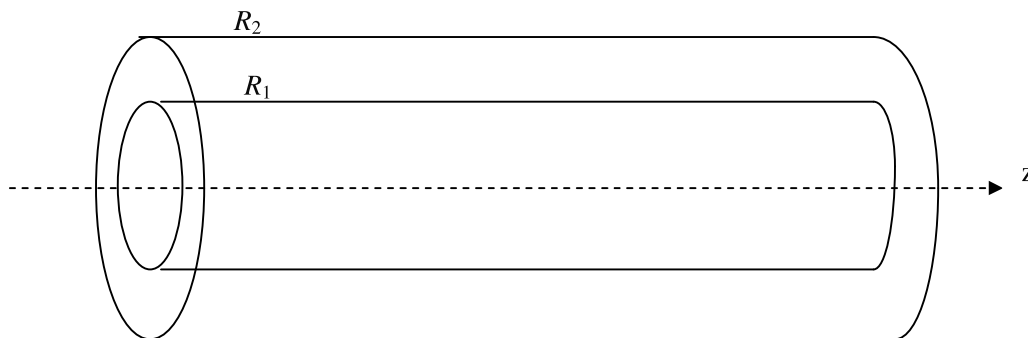


Figure 1 : Portion de câble

On note $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ la base en coordonnées cylindriques.

Aucune connaissance particulière n'est requise pour la détermination de la capacité linéique et de l'inductance linéique du câble.

A] Capacité linéique C :

On suppose ici que les conducteurs intérieur et extérieur portent les charges électrostatiques respectives Q et $-Q$. Elles sont uniformément réparties en surface.

- 1) Justifier par des arguments d'invariance et de symétrie que $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$ dans l'espace inter-conducteur.

- 2) Pour $R_1 < r < R_2$, en utilisant le théorème de Gauss sur une surface que l'on précisera, exprimer $E(r)$ en fonction de l, r, Q et ϵ_0 .
- 3) Les conducteurs (1) et (2) sont portés aux potentiels respectifs V_1 et V_2 , constants. Par un calcul de circulation, exprimer $V_1 - V_2$ en fonction de Q, l, R_1, R_2 et ϵ_0 .
- 4) On définit la capacité C_l du câble de longueur l par $C_l = \frac{Q}{V_1 - V_2}$. Exprimer C_l en fonction de l, R_1, R_2 et ϵ_0 , puis la capacité linéique C du câble coaxial en fonction de R_1, R_2 et ϵ_0 .
- 5) En pratique, l'espace inter-conducteur n'est pas du vide, mais comporte un isolant de permittivité relative $\epsilon_r = 3,1$. On a alors $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(\frac{R_2}{R_1})}$.

Déterminer la valeur numérique de C .

B] Inductance linéique L :

On suppose ici que le câble coaxial est alimenté par un générateur de courant continu. Le conducteur intérieur assure le transport du courant aller I_0 , le conducteur extérieur assure le transport du courant retour $-I_0$.

Les répartitions de ces courants sont superficielles et uniformes sur chaque conducteur. Pour le conducteur (1), on a une densité surfacique de courant : $\vec{j}_{s_1} = \frac{I_0}{2\pi R_1} \vec{u}_z$. On note : $\vec{j}_{s_2}$ la densité surfacique de courant sur le conducteur (2).

- 6) Préciser l'expression et l'unité de $\vec{j}_{s_2}$.
- 7) Il existe entre les deux conducteurs un champ magnétique $\vec{B}$. Par des arguments d'invariance et de symétrie, justifier que $\vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$.
- 8) Pour $R_1 < r < R_2$, par application du théorème d'Ampère sur un parcours que l'on précisera, exprimer $B(r)$ en fonction I_0, r et μ_0 .
- 9) On note : $w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$, la densité volumique d'énergie magnétique. Par intégration sur le volume inter-conducteur, exprimer l'énergie magnétique W_m du câble coaxial en fonction de I_0, μ_0, R_1, R_2 et l .
- 10) On rappelle que $W_m = \frac{L_l I_0^2}{2}$. Exprimer l'inductance L_l du câble de longueur l , en fonction de μ_0, R_1, R_2 et de l .
- 11) En déduire l'inductance linéique L du câble coaxial en fonction de μ_0, R_1, R_2 . Déterminer la valeur numérique de L .

Constantes physiques

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ F.m}^{-1}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

Opérateurs vectoriels en coordonnées cylindriques

$$\text{grad}(U) = \frac{\partial U}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$\text{div}(\vec{a}) = \frac{1}{r} \frac{\partial(r a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(a_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(a_z)}{\partial z}$$

$$\text{rot}(\vec{a}) = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(a_z)}{\partial \theta} - \frac{\partial(a_\theta)}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial(a_r)}{\partial z} - \frac{\partial(a_z)}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r a_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial(a_r)}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

$$\Delta \vec{a} = \left(\Delta a_r - \frac{1}{r^2} (a_r + 2 \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta}) \right) \vec{u}_r + \left(\Delta a_\theta - \frac{1}{r^2} (a_\theta - 2 \frac{\partial a_r}{\partial \theta}) \right) \vec{u}_\theta + (\Delta a_z) \vec{u}_z$$

$$\text{rot}[\text{rot}(\vec{a})] = \text{grad}[\text{div}(\vec{a})] - \Delta \vec{a}$$