PS12 **Printemps 2009**

EXAMEN FINAL du 24/01/2009
(2 heures ; Calculettes non autorisées)

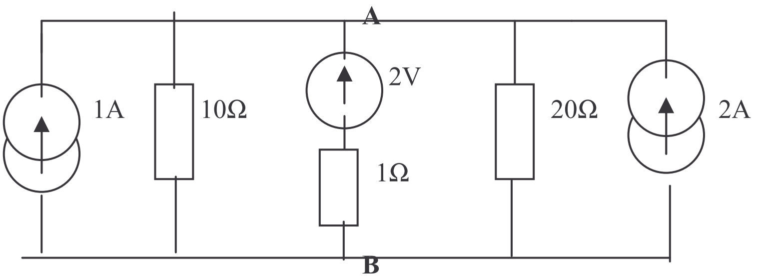
Questions de cours (3 points) :

1°) Donner la formule reliant la puissance instantanée et la puissance moyenne dans le cas d'un régime périodique.

2°) Donner, en raisonnant sur la puissance instantanée, la définition d'un composant récepteur et d'un composant générateur (d'un point de vue énergétique).

3°) Définir le facteur de puissance d'un dipôle en régime sinusoïdal.

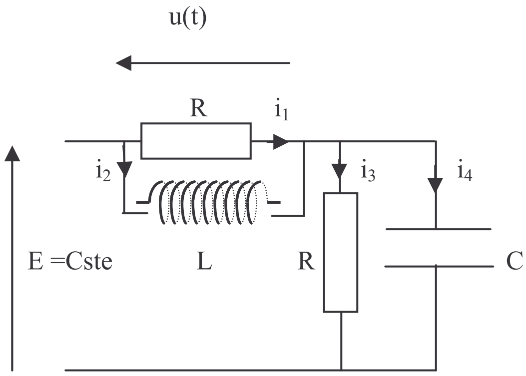
Exercice 1 : Courants de mailles (3 points).



1- Transformer les générateurs de courant en générateurs de tension.
2- Utiliser la méthode des courants de maille pour calculer le courant circulant dans la branche AB (le laisser sous forme fractionnaire).
3- Retrouver ce même courant en utilisant une autre méthode de votre choix (Thévenin, Norton, superposition,…).

Exercice n°2 régimes transitoires (5 points):

On considère le montage suivant :



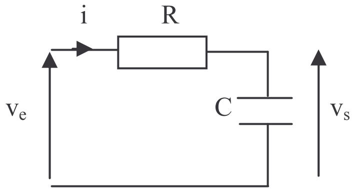
Le circuit est alimenté par une tension E constante. A l'instant t = 0, le condensateur est déchargé et on applique la tension E.

1. Rappeler les conditions de continuité ou de discontinuité (au sens mathématique) de la tension et du courant dans un condensateur.
2. Rappeler les conditions de continuité ou de discontinuité (au sens mathématique) de la tension et du courant dans une bobine.
3. En utilisant les deux questions précédentes, donner les valeurs des courants i_1 , i_2, i_3, et i_4 à l'instant t = 0.
4. En analysant le comportement du circuit en régime continu, donner les valeurs des courants i_1 , i_2, i_3 et i_4 quand t tend vers l'infini.
5. D'après la loi des nœuds, quelle relation lie i_1 , i_2, i_3 et i_4 ?

6. Déduire de la relation précédente l'équation différentielle permettant de trouver u(t). *Indication : dériver l'équation obtenue en 5. et exprimer les courants en fonction des tension E et u*. L'équation ne devra faire apparaître que u, R, L et C. On posera $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$ et $\tau = RC$ et on supposera pour la suite que $\omega_o >> \frac{1}{\tau}$
7. Que doit valoir $u_{(t=0)}$?
8. Montrer qu'à t = 0, $\frac{du}{dt} = -\frac{E}{RC}$
9. En déduire la tension u(t) à tout instant.
10. Donner l'allure générale de cette courbe avec le plus de précision possible.

Exercice n°3: Circuit RC en régime alternatif sinusoïdal (4 points).

On considère le circuit de la figure. On posera $\tau = RC$



La tension v_e est une tension alternative sinusoïdale du type $v_e(t) = E_o.\cos(\omega t)$ dont la forme complexe est $v_e(t) = E_o \exp(j\omega t)$.

1°) Déterminer l'amplitude *réelle* du courant i en fonction de E_o, τ, C et ω.
2°) Déterminer le déphasage de i par rapport à v_e en fonction de τ et ω.
3°) Déterminer l'amplitude *réelle* de la tension v_s en fonction de E, τ et ω.
4°) Déterminer le déphasage de v_s par rapport à v_e en fonction de τ et ω.

5°) On appelle fonction de transfert la fonction *à variable imaginaire* $H(j\omega) = \frac{v_s(t)}{v_e(t)}$ (en notation complexe). Exprimer $H(j\omega)$ en fonction de τ et ω.

6°) Exprimer le module, noté $H(\omega)$, de la fonction $H(j\omega)$ en fonction de τ et ω. Quelle signification physique peut-on donner à ce module ?

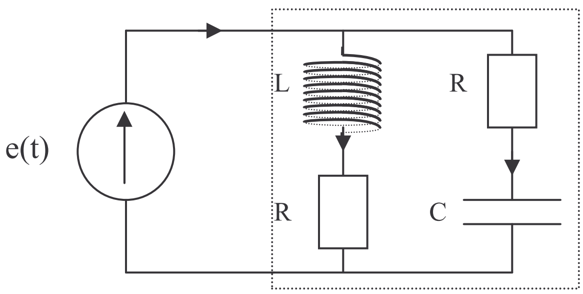
7°) Représenter l'allure générale de $H(\omega)$.

8°) Déterminer la valeur ω_o de w pour laquelle $H(\omega_o) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

9°) La tension v_e est maintenant une tension alternative de la forme : $v_e(t) = E_o \cos \omega_1 t + E_o \cos \omega_2 t$ avec $\omega_1 << \omega_o$ et $\omega_2 >> \omega_o$. Donner *(sans aucun calcul)* une valeur approchée de $v_s(t)$ en justifiant clairement.

Exercice n°4 : Calculs d'impédances (6 points).

On considère le montage suivant en régime alternatif sinusoïdal de pulsation w.



1. Exprimer l'impédance complexe Z_{RL}, de la branche (R, L) du circuit en fonction de R, L et w.
2. Exprimer l'impédance complexe Z_{RC}, de la branche (R, C) du circuit en fonction de R, C et w.

3. En déduire l'impédance Z_{tot} de la portion de circuit en pointillés vue depuis le générateur. On exprimera Z_{tot} sous la forme $Z_{tot} = \dfrac{A + jRB}{2R + jB}$, où A et B sont des nombres réels qu'on exprimera en fonction de R, L , C et w.
4. Montrer que si $LCw^2 = 1$, Z_{tot} est réelle et donner sa valeur en fonction de R, L et w uniquement.

Pour toute la suite de l'exercice, on suppose $LC\omega^2=1$

Deuxième partie: Le générateur est un générateur parfait de tension qui délivre une tension $E_o \cos(wt)$, soit en notation complexe une tension $E_o \exp(jwt)$.

5. Déterminer le courant i_{RL} qui circule dans la branche RL du circuit. On mettra i_{RL} sous la forme : $i_{RL}(t) = Io_1 \cos(wt + \phi_1)$ et on exprimera Io_1 et ϕ_1 en fonction de E_o, R, L et w.
6. Déterminer le courant i_{RC} qui circule dans la branche RC du circuit. On mettra i_{RC} sous la forme : $i_{RC}(t) = Io_2 \cos(wt + \phi_2)$ et on exprimera Io_2 et ϕ_2 en fonction de E_o, R, L et w.
7. Quel est le courant total i_{tot} délivré par le générateur. Montrer que ce courant est en phase avec la tension délivrée par le générateur.

Troisième partie: Le générateur est un générateur parfait de courant qui délivre un courant $I_o \cos wt$, soit en notation complexe un courant $I_o \exp jwt$.

8. Déterminer le courant i_{RL} qui circule dans la branche RL du circuit. On mettra i_{RL} sous la forme: $i_{RL}(t) = Io_3 \cos(wt + \phi_3)$ et on exprimera Io_3 et ϕ_3 en fonction de I_o, R, L et w.
9. Déterminer le courant i_{RC} qui circule dans la branche RC du circuit. On mettra i_{RC} sous la forme : $i_{RC}(t) = Io_4 \cos(wt + \phi_4)$ et on exprimera Io_4 et ϕ_4 en fonction de I_o, R, L et w.
10. Quelle est la tension aux bornes du générateur. Montrer que cette tension est en phase avec le courant délivré par le générateur.