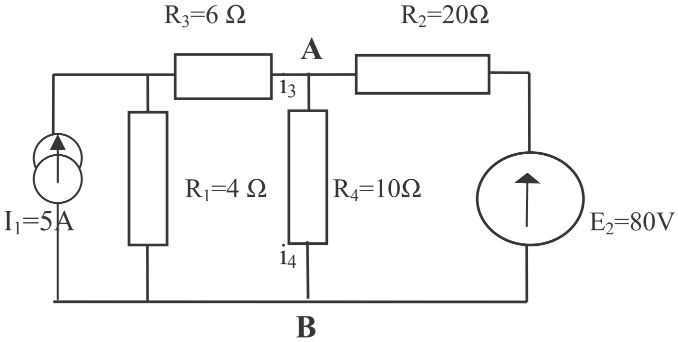
PS12 Printemps 2010

EXAMEN FINAL du 22/06/2010
(02 heures ; calculettes et documents non autorisés)

Exercice de cours: (3 points)

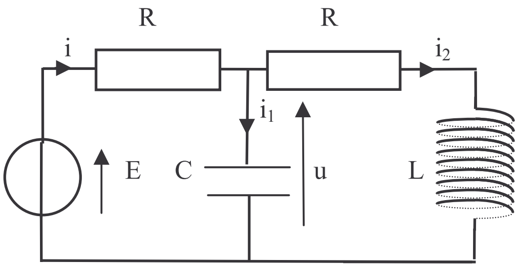
1. *Donner l'expression* du facteur de puissance d'un dipôle électrique alimenté en courant alternatif sinusoïdal. Que vaut ce facteur de puissance dans le cas d'une résistance, d'une bobine, d'un condensateur?
2. *Donner la formule* reliant la puissance instantanée et la puissance moyenne dans le cas d'un régime périodique.
3. *Donner,* en raisonnant sur la puissance instantanée, la définition d'un composant récepteur et d'un composant générateur (d'un point de vue énergétique).

Exercice 1 : Théorème de Thévenin (4 points).



1- Transformer le générateur de courant (I_1, R_1) en un générateur de tension.
2- Appliquer le théorème de Thévenin pour calculer le courant I_4 dans R_4.
3- Retrouver le courant I_4 en appliquant une autre méthode (au choix : Courant de maille, Superposition, Millmann ou Norton sans passer par Thévenin).

Exercice n°2 ; régimes transitoires (5 points)
On considère le circuit de la figure. A l'instant t = 0, on branche le générateur parfait de fem E=Cste, le condensateur étant déchargé.



Première partie : Etude du circuit à $t = 0^+$.

1. Que vaut $i_2(0^+)$? ***Justifier clairement***.
2. Que vaut $u(0^+)$? ***Justifier clairement***.
3. En ***déduire*** $i(0^+)$ et $i_1(0^+)$.
4. En ***déduire*** $\frac{du}{dt}(0^+)$.

Deuxième partie : Etude du circuit pour t tendant vers l'infini.

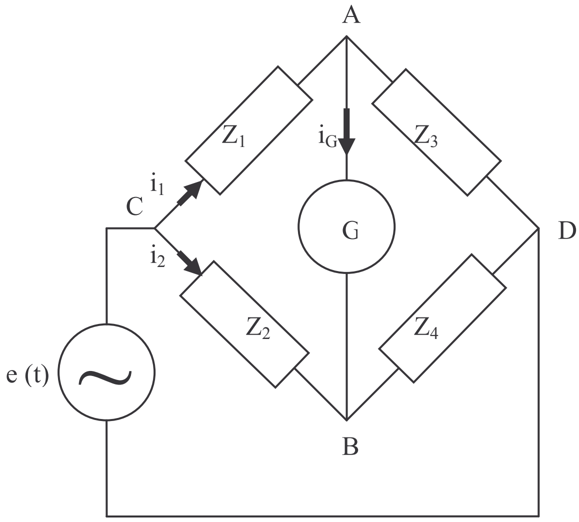
5. Que vaut $i_1(\infty)$. ***Justifier clairement***.
6. En ***déduire*** $i(\infty)$ et $i_2(\infty)$.
7. En ***déduire*** $u(\infty)$.

Troisième partie: Etude du régime transitoire dans le circuit.

8. Donner la relation liant E, u, R et i.
9. Donner la relation liant i_1, C et u.
10. Donner la relation liant i_2, R, L et u.
11. En déduire, en écrivant la loi des nœuds, l'équation différentielle permettant de trouver u(t). Mettre cette équation sous la forme : $\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{1}{\tau}\frac{du}{dt}+\omega_0^2 u=\frac{\omega_0^2}{2}E$. Exprimer τ et ω_o en fonction des composants du circuit.
12. On suppose que $\omega_0^2\tau^2 >> 1$. Donner la forme générale de u(t) sans chercher à calculer les constantes d'intégration.
13. Représenter l'allure générale de u(t).
14. Calculer les constantes d'intégration de la question 12 en se servant de la première partie.

Exercice n°3 : Pont de Wheatstone en régime sinusoïdal (5 points)

On considère le circuit suivant alimenté par un générateur de tension parfait de fem sinusoïdale e(t) = E cos ωt soit en notation complexe e(t) = E exp jωt. Ce montage permet, lorsque aucun courant ne traverse la branche AB, de déterminer l'une des 4 impédances connaissant les 3 autres.



A) cas général : les quatre impédances sont quelconques.

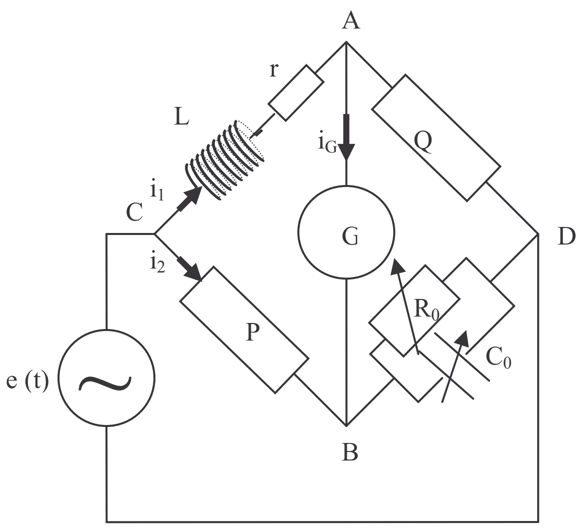
1°) Donner la relation entre $V_A(t)$ et $V_B(t)$ lorsque $i_G(t)=0$. On justifiera par les complexes, en notant Z_G l'impédance de G.

2°) En déduire, quand $i_G(t)=0$, une relation entre Z_1 et Z_2 d'une part, et entre Z_3 et Z_4 d'autre part.

3°) En déduire la relation entre Z_1 Z_2, Z_3 et Z_4 lorsque $i_G(t)=0$ (on dit que le pont est alors « équilibré »)

B) cas particulier : le pont de Maxwell.

On utilise ce montage pour déterminer les caractéristiques d'une bobine réelle. Cette bobine réelle correspond à Z_1 du schéma précédent. On choisit Z_2 et Z_3 comme étant des résistances de valeur respective P et Q. Quant à Z_4 elle est constituée par la mise en parallèle d'un condensateur variable étalonné C_0 et d'une résistance variable étalonnée R_0. Le schéma devient donc :



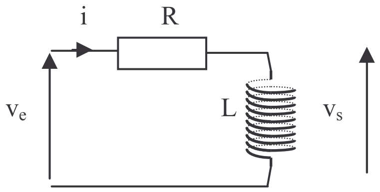
4°) On pose a = $R_0C_0\omega$. Quelle est la dimension de a ?

5°) Donner les expressions de Z_1 Z_2, Z_3 et Z_4 en fonction de P, Q, r, L, R_0, a, et ω.

6°) En déduire les valeurs numériques de L et de r (avec les unités) sachant que P=Q=100 Ω, et que lorsque le pont est équilibré on a R_0=200 Ω et C_0=100 pF.

<u>Exercice n°4: Circuit RL en régime alternatif sinusoïdal. Notion de filtre. (5 points)</u>

On considère le circuit de la figure. On posera $\tau = L / R$.



La tension v_e est une tension alternative sinusoïdale du type $v_e(t) = E \cos(\omega t)$ dont la forme complexe est $v_e(t) = E \exp(j\omega t)$.

1°) Quelle est la dimension de $\omega\tau$?

2°) Déterminer l'amplitude *réelle* I du courant i(t) en fonction de E, τ, R et ω.

3°) Déterminer le déphasage de i(t) par rapport à $v_e(t)$ en fonction de τ et ω.

4°) Déterminer l'amplitude *réelle* V_s de la tension v_s en fonction de E, τ et ω.

5°) Déterminer le déphasage de $v_s(t)$ par rapport à $v_e(t)$ en fonction de τ et ω.

6°) On appelle fonction de transfert la fonction *à variable imaginaire* $H(j\omega) = \dfrac{v_s(t)}{v_e(t)}$ (en notation complexe). Exprimer $H(j\omega)$ en fonction de τ et ω.

7°) Exprimer le module, noté $H(\omega)$, de la fonction $H(j\omega)$ en fonction de τ et ω. Quelle signification physique peut-on donner à ce module ?

8°) Représenter l'allure générale de $H(\omega)$.

9°) Déterminer la valeur ω_o de ω pour laquelle $H(\omega_o) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

10°) La tension v_e est maintenant une tension alternative de la forme : $v_e(t) = E \cos \omega_1 t + E \cos \omega_2 t$ avec $\omega_1 \ll \omega_o$ et $\omega_2 \gg \omega_o$. Donner *(sans aucun calcul)* une valeur approchée de $v_s(t)$ en justifiant clairement.